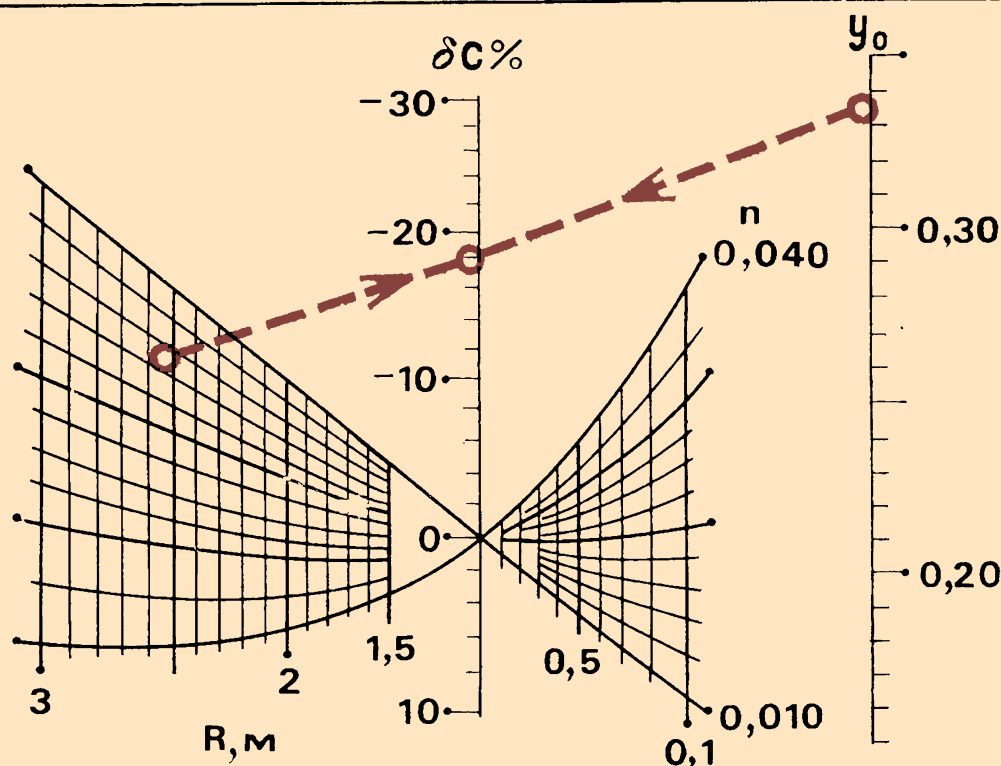


Г.С. Хованский

НОМОГРАФИЯ и её возможности



Г.С. Хованский

**НОМОГРАФИЯ
и её возможности**



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1977

Номография и ее возможности.
Г. С. Хованский. Главная редакция
физико-математической литературы
изд-ва «Наука», М., 1977.

В книге дано краткое общедоступное изложение современной номографии. На большом числе примеров показаны ее возможности для решения вычислительных задач и задач на исследование функциональных зависимостей со многими переменными. Рассмотрен ряд вопросов машинной номографии, в том числе вопрос автоматизации построения номограмм с помощью ЭЦВМ и графопостроителя. Книга рассчитана на широкий круг читателей: математиков-вычислителей, инженеров и научных работников различных специальностей, аспирантов.

Георгий Сергеевич Хованский

Номография и ее возможности

М., 1977 г., 128 стр. с илл.

Редактор И. М. Овчинникова

Техн. редактор И. Ш. Аксельрод

Корректор Г. А. Подвольская

Сдано в набор 13.09.76. Подписано к печати 28.02.77. Бумага 60×90^{1/16} тип. № 3,
Физ. печ. л. 8. Условн. печ. л. 8. Уч.-изд. л. 7.51. Тираж 40 000 экз. Т-03628,
Цена книги 28 коп. Заказ № 309

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградская типография № 2
имени Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета
Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
198052, Ленинград, Л 52, Измайловский проспект, 29.

X $\frac{20204-049}{053(02)-77}$ 78-77.

© Главная редакция
физико-математической литературы
издательства «Наука», 1977

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1. Общие сведения о номографии	7
§ 1. Определение номографии. Две области применения номограмм	7
§ 2. Элементы номограмм. Метод расчета по номограммам	7
§ 3. Примеры номограмм, предназначенных для вычислительных целей	8
§ 4. Элементарные и составные номограммы	15
§ 5. Зависимости, изображаемые номограммами	16
Глава 2. Применение номограмм в научно-исследовательской работе	18
§ 6. Пути получения новых научных результатов с помощью номограмм	18
§ 7. Применение номограмм для анализа функциональных зависимостей	18
§ 8. Примеры применения номограмм для анализа функциональных зависимостей	19
Глава 3. Обзор основных типов элементарных номограмм	28
§ 9. Сдвоенные шкалы	28
§ 10. Сетчатые номограммы	28
§ 11. Номограммы из выравненных точек	30
§ 12. Циркулярные номограммы	31
§ 13. Номограммы из равноудаленных точек	33
§ 14. Номограммы с параллельным индексом	34
§ 15. Номограммы с крестообразным индексом	35
§ 16. Барицентрические номограммы	35
§ 17. Ромбоидальные номограммы	38
§ 18. Номограммы с ориентированным транспарантом	40
§ 19. Общая транспарантная номограмма	44
Глава 4. Методика построения номограмм	48
§ 20. Общие соображения о методике построения номограмм различных типов	48
§ 21. Методика построения номограмм из выравненных точек с двумя параллельными шкалами и полем	50
§ 22. Методика построения номограмм из выравненных точек с двумя параллельными и одной криволинейной шкалами	52
§ 23. Методика построения номограмм из выравненных точек с тремя параллельными шкалами	54
§ 24. Методика построения номограмм из выравненных точек с двумя параллельными и одной прямолинейной наклонной шкалами	56
§ 25. Методика построения составных номограмм из выравненных точек	59

§ 26. Методика построения номограмм из выравненных точек для произведения степенных функций	61
§ 27. Методика построения приспособляемых номограмм из равноудаленных точек	64
§ 28. Методика построения приспособляемых циркульных номограмм	68
§ 29. Методика построения барицентрических номограмм	72
§ 30. Методика построения ромбоидальных номограмм и номограмм с ориентированным транспарантом	75
Глава 5. Машинная номография	80
§ 31. Сопоставление номографического и машинных решений задач	80
§ 32. Применение ЭЦВМ для расчета номограмм	84
§ 33. Применение ЭЦВМ при приближенном номографировании	88
§ 34. Применение номограмм и ЭЦВМ при решении трансцендентных уравнений	98
§ 35. Автоматизация расчета и построения номограмм с помощью ЭЦВМ	102
§ 36. О контактах номограмм и аналоговых вычислительных машин	106
Заключение	112
Литература	114
Сводка канонических форм	120
Список номографированных зависимостей	124
Предметный указатель	127

ПРЕДИСЛОВИЕ

В этой книге дано краткое общедоступное изложение номографии и ее последних достижений. На ряде примеров показаны большие возможности, которыми располагает современная номография для решения прикладных задач.

В первой главе приведены общие сведения о номографии и даны примеры эффективного использования номограмм для вычислительных целей.

Во второй главе рассмотрено применение номограмм для исследования функциональных зависимостей.

В третьей главе разобраны различные типы элементарных номограмм, т. е. номограмм, в которых ответы находятся в результате выполнения одной элементарной геометрической операции. Даны канонические формы уравнений, которые изображают элементарные номограммы, и указаны интересные частные канонические формы.

В четвертой главе кратко изложена методика построения тех типов номограмм, которые чаще всего применяются на практике. К ним относятся номограммы из выравненных точек с двумя параллельными шкалами и бинарным полем и их частные случаи, составные номограммы из выравненных точек, приспособляемые номограммы из равноудаленных точек, приспособляемые циркульные номограммы, номограммы барицентрические, ромбоидальные и с ориентированным транспарантом.

Пятая глава посвящена машинной номографии. В ней проведено сопоставление номограмм, стандартных программ и рассчитанных на ЭЦВМ таблиц для решения одних и тех же задач. Показано, что номографические решения, обеспечивающие заданную точность вычислений, имеют преимущества по сравнению с упомянутыми машинными решениями в скорости получения ответов, наглядности и общедоступности. Рассмотрено применение ЭЦВМ для расчета точных и приближенных номограмм и отмечено, что номограммы, рассчитанные на ЭЦВМ, являются в такой же мере машинными решениями задач, как таблицы и стандартные программы. Показана целесообразность совместного использования номограмм и ЭЦВМ при решении

трансцендентных уравнений. Дан обзор работ по автоматизации построения номограмм и приведены примеры номограмм, построенных с помощью ЭЦВМ и графопостроителя. Рассмотрен пример, показывающий выгоду совместного использования аналоговых машин и номограмм.

Заключение содержит краткий обзор современного состояния номографии.

Книга рассчитана на широкий круг читателей (математиков-вычислителей, инженеров и научных работников различных специальностей, аспирантов). Особый интерес она должна представлять для лиц, использующих ЭЦВМ в своей работе, так как поможет им выяснить, какие из интересующих их задач могут быть эффективно решены либо только с помощью номограмм, либо при совместном использовании номограмм и ЭЦВМ.

Г. С. Хованский

ГЛАВА I

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О НОМОГРАФИИ

§ 1. Определение номографии. Две области применения номограмм

Номография — раздел математики, в котором изучаются способы графического изображения функциональных зависимостей: формул, уравнений, систем уравнений. Получающиеся при этом чертежи называются *номограммами*. Каждая номограмма строится для конкретной функциональной зависимости. На номограммах вычислительная работа заменяется выполнением простейших геометрических операций (наложения линейки, засечки циркулем и т. п.) и считыванием ответов.

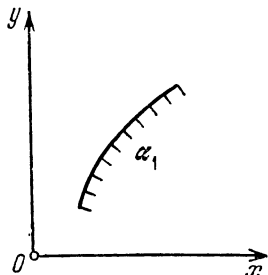
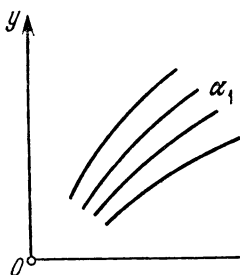
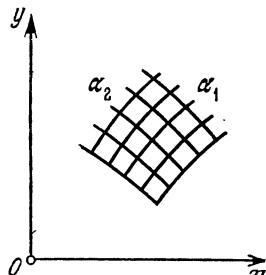
Номограммы являются одним из наиболее простых, доступных и дешевых средств механизации вычислительных работ. Построение номограмм для какой-либо формулы особенно выгодно, когда по ней нужно проводить массовые вычисления. Точность получения ответов по номограммам имеет в среднем тот же порядок, что и точность получения ответов на логарифмической линейке. В тех случаях, когда точность номограмм недостаточна, их можно использовать как вспомогательное вычислительное средство для прикидочных расчетов, для нахождения нулевых приближений, для контроля вычислений с целью обнаружения грубых ошибок.

Номограммы можно также использовать в научно-исследовательской работе, проводя на них анализ номографированных зависимостей, изучая взаимное влияние переменных и т. д. При этом иногда удается получать новые научные результаты в той области знания, в которой применяются номограммы.

§ 2. Элементы номограмм. Метод расчета по номограммам

Все существующие номограммы состоят из элементов двух типов: *шкал* и *семейств помеченных линий*, образующих иногда сетки — *бинарные поля*. В номограммах используются также *непомеченные элементы* (точки, линии). Примером шкал могут

служить шкалы логарифмической линейки, примером бинарного поля — сетка на географических картах из параллелей и меридианов.

Рис. 1. Схема шкалы α_1 .Рис. 2. Схема семейства линий α_1 .Рис. 3. Схема бинарного поля (α_1, α_2) .

На рис. 1 — 3 приведены схемы шкалы α_1 , семейства линий α_1 и бинарного поля (α_1, α_2) . Шкала α_1 обычно задается в системе прямоугольных координат xOy уравнениями

$$x = f_1, \quad y = g_1,$$

где f_1 и g_1 — сокращенные обозначения функций $f_1(\alpha_1)$ и $g_1(\alpha_1)$. Аналогично, бинарное поле (α_1, α_2) задается уравнениями

$$x = f_{12}, \quad y = g_{12},$$

где f_{12} и g_{12} — сокращенные обозначения функций $f_{12}(\alpha_1, \alpha_2)$ и $g_{12}(\alpha_1, \alpha_2)$. Если из уравнений бинарного поля исключить переменную α_2 , получим уравнение семейства линий α_1

$$F(x, y, \alpha_1) = 0.$$

Метод расчета по любой номограмме заключается в следующем. На шкалах, в бинарных полях или в семействах линий находят точки или линии, отвечающие заданным значениям переменных. Затем согласно схеме пользования выполняют какие-либо простые геометрические операции (наложения линейки, засечки циркулем и т. п.). В результате находят одну или несколько ответных точек на шкалах, в семействах линий или в бинарных полях и читают их пометки.

§ 3. Примеры номограмм, предназначенных для вычислительных целей

Приведем примеры номограмм, построенных для решения отдельных уравнений и систем уравнений.

Пример 1. На рис. 4 изображена шкальная номограмма из выравненных точек для определения величины u из уравнения

$$Au + B(e^u - 1) - ue^u = 0, \quad (1)$$

встречающегося в гидравлике грунтовых вод [1]. Для решения уравнения (1) нужно приложить край линейки к заданным

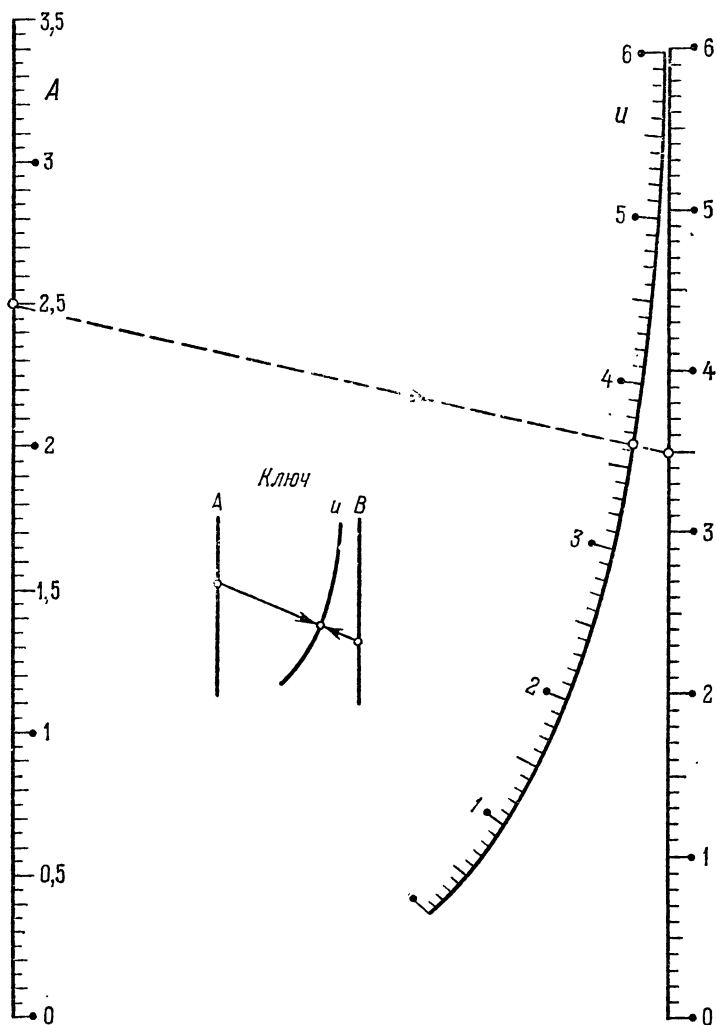


Рис. 4. Шкальная номограмма из выравненных точек для определения u из уравнения (1).

точкам на шкалах *A* и *B* и в точке пересечения края линейки со шкалой *u* прочесть ответ. На номограмме штриховой прямой показано решение числового примера (дано: $A = 2,5$, $B = 3,5$;

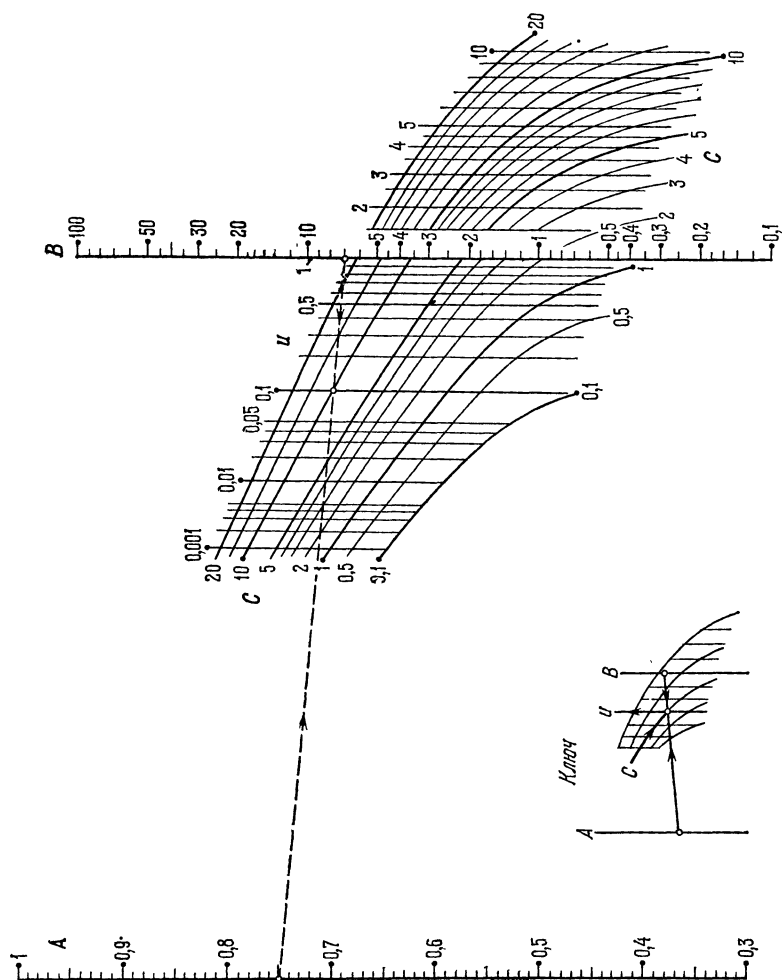


Рис. 5. Номограмма из выравненных точек с параллельными шкалами и бинарным полем для определения u из уравнения (2).

ответ $u = 3,65$). Очевидны, с одной стороны, сложность уравнения и, с другой, простота номограммы и легкость пользования ею.

Пример 2. На рис. 5 приведена номограмма из выравненных точек для решения уравнения

$$u^{A-1} = B \frac{\ln(C-u)}{C-u-1}, \quad (2)$$

применяющегося при термическом расчете вентиляторных противоточных градиен [2]. В уравнении (2) u — искомая величина; A , B , C — переменные параметры. Номограмма состоит из шкал A , B и бинарного поля (C, u) . Как видно из ключа пользования, ответ u находится одним наложением линейки. На номограмме штриховой прямой показано решение числового примера (дано: $A = 0,75$, $B = 7$, $C = 10$; ответ $u = 0,1$).

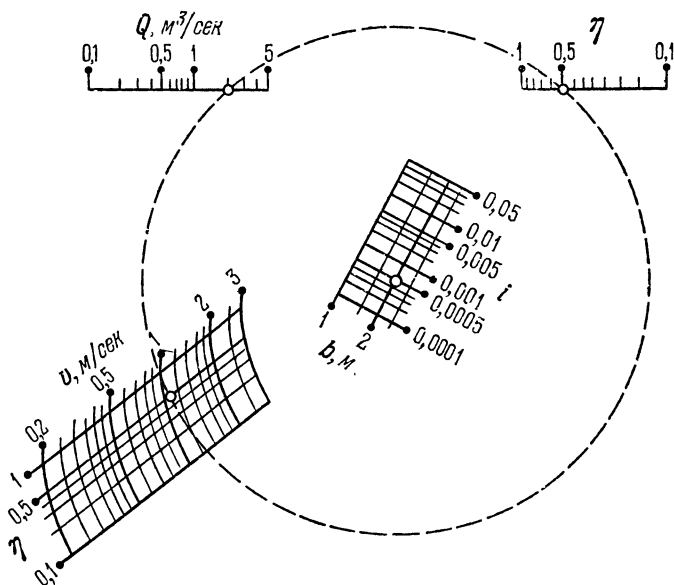


Рис. 6. Приспособляемая номограмма из равноудаленных точек для определения η и v из системы уравнений (3).

Пример 3. На рис. 6 изображена приспособляемая номограмма из равноудаленных точек для решения системы уравнений

$$\begin{aligned} Q &= 76i^{0.5} b^{2.616} \eta^{1.616} (1 + 2\eta)^{-0.616}, \\ v &= 76i^{0.5} b^{0.616} \eta^{0.616} (1 + 2\eta)^{-0.616}, \end{aligned} \quad (3)$$

применяемой при гидравлическом расчете прямоугольных лотков [3]. В системе уравнений (3) искомыми величинами являются η и v . Они определяются путем построения окружности. На номограмме показано решение числового примера (дано: $i = 0,0005$, $b = 2$ м, $Q = 2,2$ м³/сек; ответы: $\eta = 0,5$ и $v = 1,1$ м/сек).

Пример 4. На рис. 7 приведена приспособляемая номограмма из равноудаленных точек для расчета железобетонных балок прямоугольного сечения с одиночной арматурой [3]. На номограмме решается система уравнений

$$\begin{aligned} M &= bxR_n(h_0 - 0,5x), \\ R_a F_a &= bxR_n \end{aligned} \quad (4)$$

при условии

$$x \leq 0,55h_0.$$

В уравнениях (4) x и F_a — искомые величины, M , b , R_n , R_a и h_0 — переменные параметры. Величины x и F_a определяются по номограмме двумя засечками циркуля из одного центра. На номограмме показано решение числового примера (дано: $M = 20$ тм, $h_0 = 100$ см, $b = 50$ см, $R_n = 100$ кг/см², $R_a = 2000$ кг/см²; ответы: $x = 4,1$ см, $F_a = 10,2$ см²).

Пример 5. На рис. 8 приведена барицентрическая номограмма для решения относительно B и T системы уравнений

$$\begin{aligned} B &= Tv \operatorname{tg} \alpha, \\ T^2 + T &= \frac{40}{3} \cdot \frac{\Pi}{Ev \operatorname{tg} \alpha}, \end{aligned} \quad (5)$$

применяющейся при исследовании зон льдообразования в ледниках [4]. Искомые величины B и T находятся по номограмме системы уравнений (5) путем деления пополам отрезка, соединяющего заданные точки в бинарных полях (Π, v) и (E, α) . На номограмме показано решение числового примера (дано: $\Pi = 450$ см, $v = 150$ м/год, $E = 5,5$ мм/м·год, $\alpha = 6,5^\circ$; ответы: $B = 130$ м, $T = 7,5$ лет).

Пример 6. На рис. 9 приведена ромбоидальная номограмма для определения u по формуле

$$u = 0,715 A^{-2/3} B^{1/2} C^{-1/6} D^{2/3} E^{-1/3}, \quad (6)$$

взятой из буровзрывного дела [5]. Искомая величина u находится по номограмме формулы (6) путем построения

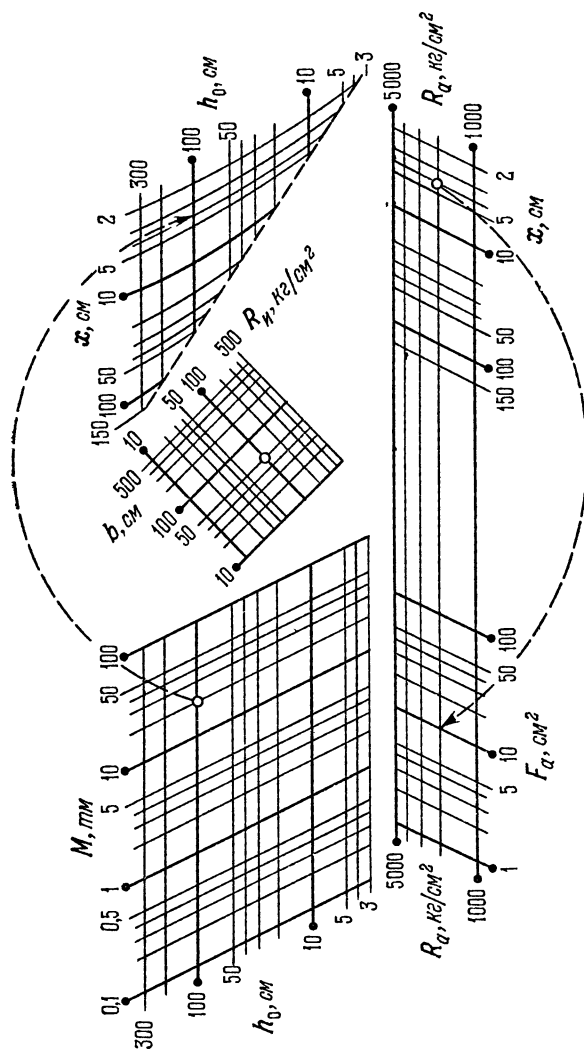
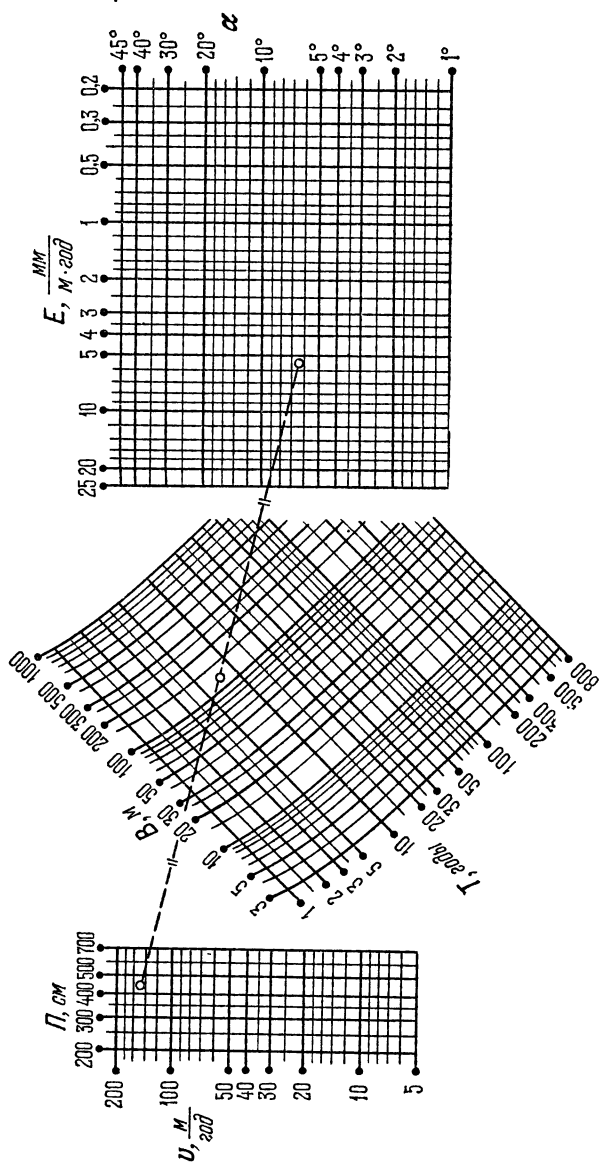


Рис. 7. Приспособляемая номограмма из равноудаленных точек для определения x и F_a из системы уравнений (4) при условии $x \leq 0.55 h_0$.

Рис. 8. Барическая номограмма для определения B и T из системы уравнений (5).

параллелограмма по трем заданным его вершинам. На номограмме показано решение числового примера (дано:

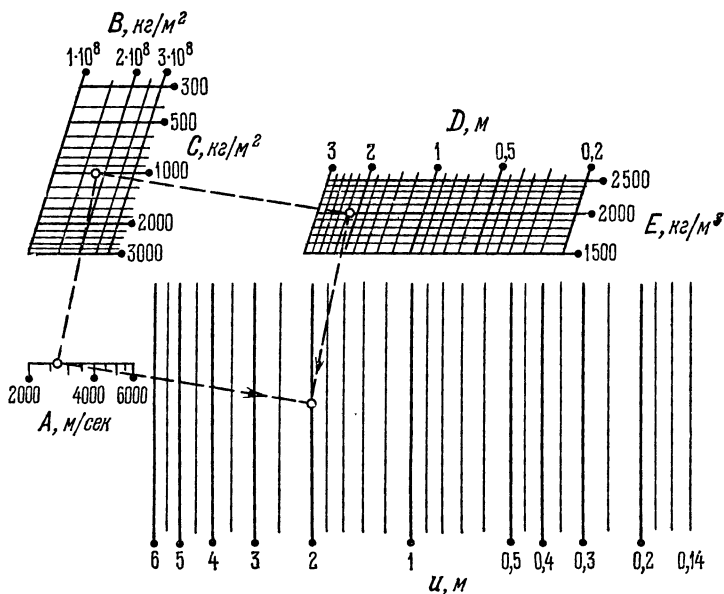


Рис. 9. Ромбоидальная номограмма для определения u по формуле (6).

$A = 2700$ м/сек, $B = 1,8 \cdot 10^8$ кг/м², $C = 1000$ кг/м², $D = 2,1$ м, $E = 2000$ кг/м³; ответ $u = 2$ м).

§ 4. Элементарные и составные номограммы

Номограммы, в которых ответ или ответы находятся в результате выполнения одной геометрической операции (наложение линейки или транспаранта, засечка циркулем, деление отрезка пополам и т. д.), называются *элементарными*. Применяются следующие типы элементарных номограмм: *график функции*, *сдвоенная шкала*, *сетчатая*, *из выравненных и равноудаленных точек*, *циркульная*, *с параллельным и крестообразным индексами*, *барицентрическая*, *ромбоидальная*, *с ориентированным транспарантом* и *транспарантом общего вида*. Примерами элементарных номограмм могут служить номограммы рис. 4 — 6, 8, 9, а также приведенные ниже номограммы рис. 12 — 15, 28, 30, 34, 36, 41, 43—53, 55—59.

Геометрическое обоснование номограмм очень простое. Из графика функции легко получают его видоизменение — сдвоенную шкалу; обобщая график функции, приходят к сетчатой

номограмме. Номографическая интерпретация условия расположения трех точек на одной прямой приводит к номограмме из выравненных точек; формулы расстояния между двумя точками — к циркульной номограмме и к номограмме из равноудаленных точек; условий параллельности и перпендикулярности двух прямых — к номограммам с параллельным и крестообразным индексами; формул координат точки, делящей отрезок в заданном отношении, — к барицентрической номограмме; формул, определяющих координаты четвертой вершины параллелограмма по трем заданным вершинам его, — к ромбоидальной номограмме; формул преобразования декартовых координат без поворота и с поворотом осей — к *номограммам на двух плоскостях* (с ориентированным транспарантом и транспарантом общего вида). Заметим, что все практически применяемые типы элементарных номограмм могут быть получены как частные случаи номограмм с ориентированным транспарантом.

Широкое применение на практике находят *составные номограммы*, образованные из нескольких элементарных номограмм одного и того же или разных типов. Примерами составных номограмм могут служить номограмма рис. 7 и рассмотренные ниже номограммы рис. 10, 16, 38, 39 и 60.

§ 5. Зависимости, изображаемые номограммами

Каждый из элементарных типов номограмм дает возможность представить определенный тип зависимости. Так, элементарными номограммами из выравненных и равноудаленных точек можно изобразить некоторые зависимости с числом переменных до шести; циркульными, с параллельными и крестообразным индексами — до восьми; с ориентированным транспарантом — до девяти; с транспарантом общего вида — до двенадцати.

В случае применения составных номограмм класс номографируемых зависимостей соответственно расширяется.

И, наконец, возможно так называемое *приближенное номографирование*, основанное на приближенной замене с некоторой допустимой погрешностью данной зависимости номографируемым соотношением. Примерами приближенных номограмм являются приведенные ниже номограммы рис. 50 — 55.

Из номографируемых уравнений важное значение имеет каноническая форма

$$f_1 f_{34} + f_2 g_{34} + h_{34} = 0,$$

допускающая построение *номограммы из выравненных точек, состоящей из двух прямолинейных шкал и бинарного поля*. Примерами таких номограмм могут служить номограмма рис. 5, а также рассмотренные ниже номограммы рис. 15, 50, 53.

Отметим также форму с пятью переменными

$$f_{12} = f_{34} + f_{35},$$

представимую *приспосабливаемой номограммой из равноудаленных точек*, и форму с шестью переменными

$$f_{12} + f_{13} = f_{45} + f_{46},$$

допускающую построение *приспосабливаемой циркульной номограммы*, а также некоторых номограмм других типов. Примерами приспособляемых номограмм из равноудаленных точек являются номограммы рис. 6, 7 и приведенные ниже номограммы рис. 41 и 48. Примером приспособляемой циркульной номограммы может служить построенная в четвертой главе номограмма рис. 43.

Большой интерес представляют следующие частные случаи указанных зависимостей:

$$f_1 f_3 + f_2 g_3 + h_3 = 0, \quad f_1 + f_2 = f_3, \quad f_1 = f_2 f_3, \\ f_1 + f_2 = f_3 + f_4 + f_5, \quad f_1 + f_2 + f_3 = f_4 + f_5 + f_6 \quad \text{и др.}$$

Отметим также формы

$$\left. \begin{aligned} f_{12} + f_{34} &= f_{56}, \\ g_{12} + g_{34} &= g_{56}, \end{aligned} \right\} \\ f_5 = F(f_{12} + f_{34}, g_{12} + g_{34}),$$

представимые *барицентрическими номограммами*, и формы

$$\left. \begin{aligned} f_{12} - f_{56} &= f_{34} - f_{78}, \\ g_{12} - g_{56} &= g_{34} - g_{78}, \end{aligned} \right\} \\ f_7 = F(f_{12} + f_{34} + f_{56}, g_{12} + g_{34} + g_{56}),$$

представимые *ромбоидальными номограммами и номограммами с ориентированным транспарантом*. Примерами барицентрических номограмм являются номограмма рис. 8 и рассмотренные ниже номограммы рис. 44 и 49. Примерами ромбоидальных номограмм могут служить номограмма рис. 9 и приведенные ниже номограммы рис. 45 и 58. Примерами номограмм с ориентированным транспарантом являются рассмотренные ниже номограммы рис. 12, 13, 46, 55 и 59.

Укажем еще форму

$$f_{12} - f_7 = f_{34} - f_8 = f_{56} - f_9, \\ g_{12} - g_7 = g_{34} - g_8 = g_{56} - g_9,$$

представимую *элементарной номограммой с ориентированным непрозрачным транспарантом*. Примером номограммы с ориентированным непрозрачным транспарантом для этой формы является рассмотренная в пятой главе номограмма рис. 47.

В конце книги приведена сводка канонических форм и дан список номографированных зависимостей.

ГЛАВА 2

ПРИМЕНЕНИЕ НОМОГРАММ В НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

§ 6. Пути получения новых научных результатов с помощью номограмм

Номографический метод дает возможность получать новые результаты в той отрасли знания, в которой он применяется. Для нахождения таких результатов представляются три пути.

Первый путь состоит в ревизии всех допущений, которые были сделаны как при постановке задач, так и при выводе расчетных формул. Принятие тех или иных допущений часто вызвано требованием получить формулы, удобные для вычислений. Но формула, удобная для вычислений, может оказаться неномографируемой и, наоборот, сложная и громоздкая формула может иметь простую номограмму. Поэтому, приступая к номографированию какой-либо задачи, нужно пересмотреть с номографической точки зрения сделанные ранее допущения и, может быть, принять новые. Если при этом окажется, что для приведения заданной зависимости к номографируемому виду придется сделать меньше упрощающих допущений, чем для приведения ее к виду, удобному для вычислений, то получаем новый результат.

Второй путь — номографирование формул, которые из-за своей сложности не могут найти практического применения. Номографирование делает их достоянием практики.

Третий путь — построение номограмм с целью анализа тех или иных формул.

Рассмотрим более подробно третий путь получения новых результатов номографическим методом.

§ 7. Применение номограмм для анализа функциональных зависимостей

При исследовании данной зависимости с помощью ее номограммы обычно ставят одну из следующих задач:

1) исследовать влияние одних параметров, входящих в формулу, на другие;

2) дать наглядную геометрическую интерпретацию каким-либо ранее известным свойствам номографируемой формулы;

3) установить с помощью номограммы ранее неизвестные особенности данной формулы.

Важное теоретическое и практическое значение имеют такие случаи, когда те или иные элементы номограммы, построенной для вычислительных целей, допускают в зависимости от задачи определенное физическое истолкование. Тогда номограмма приобретает особую ценность, так как она становится одновременно и счетным прибором и наглядной моделью закона, описываемого формулой. В номограммах определенный физический смысл могут иметь носители шкал, точки их пересечения, кривизна носителей шкал, касание разрешающей прямой носителей шкал, кривизна линий в бинарных полях, разрешающая прямая и точка пересечения ее с носителями шкал и т. д.

Номограмма, предназначенная для анализа функциональной зависимости, должна давать наглядное геометрическое изображение этой зависимости. Вопрос о точности получаемых по номограмме ответов отступает на задний план. Пределы изменения переменных в номограмме желательно иметь полными, чтобы охватить все возможные случаи расчета. Наиболее удобными типами номограмм для анализа функциональных зависимостей являются номограммы с ориентированным транспарантом и номограммы из выравненных точек.

Широкое поле для приложения номографических методов исследования функциональных зависимостей открывается в задачах на исследование погрешностей при приближенной замене одной зависимости другой и в задачах на подбор параметров эмпирических формул. Большой интерес представляют также номографические методы исследования экстремальных свойств функциональных зависимостей, позволяющие выявить характер изменения функции вблизи экстремума.

§ 8. Примеры применения номограмм для анализа функциональных зависимостей

Рассмотрим теперь ряд типичных примеров применения номограмм для исследования функциональных зависимостей.

Пример 7. Пусть [6] требуется приближенно заменить логарифмическую функцию

$$y = \lg x$$

степенной

$$y = Ax^B, \quad (7)$$

где A и B — искомые параметры, так, чтобы в пределах $x_1 \leq x \leq x_2$ выполнялось условие

$$-\delta_0 \leq \delta \leq \delta_0, \quad (8)$$

где δ — относительная погрешность аппроксимации в процентах:

$$\delta = 100 \frac{\lg x - Ax^B}{\lg x}, \quad (9)$$

$\delta_0 > 0$ — максимальная относительная погрешность, которую требуется определить.

Для решения этой задачи представляем формулу (9) составной шкальной номограммой из выравненных точек с двумя выравниваниями (рис. 10) и исследуем геометрические особенности этой номограммы. Замечаем, что шкалы δ и I параллельны,

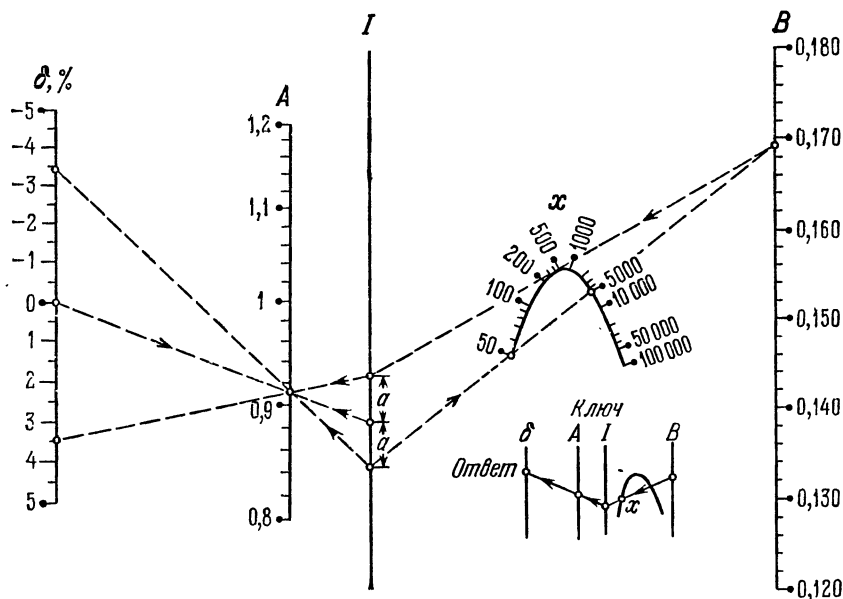


Рис. 10. Составная шкальная номограмма из выравненных точек для формулы (9).

шкала δ приблизительно равномерна, разрешающая прямая может касаться шкалы x или пересекать ее в двух точках. На использовании этих особенностей основан следующий способ решения данной задачи.

Через точки с заданными пометками x_1 и x_2 (рис. 11) проводим прямую, пересекающую шкалы I и B соответственно в точках 1 и 2. В точке 2 читаем ответ B . Из точки 2 проводим касательную к носителю шкалы x до пересечения со шкалой I в точке 3. Находим точку 4 — середину отрезка, ограниченного точками 1 и 3. Соединив прямой точку 4 и точку шкалы δ с пометкой 0, получим в пересечении со шкалой A точку 5, пометка

которой даст ответ A . И, наконец, соединив точки 1 и 3 с точкой 5 прямыми, получим в пересечении со шкалой δ точки 6 и 7, расположенные на равных расстояниях от точки шкалы δ с пометкой 0. Точка 6 будет иметь искомую пометку $-\delta_0$, а точка 7 — пометку δ_0 . Из рис. 11 видно, что при найденных A и B для любого значения x между x_1 и x_2 выполняется условие (8).

На номограмме рис. 10 показано решение задачи для случая, когда $x_1 = 50$ и $x_2 = 5000$. Находим $A = 0,91$; $B = 0,169$; $\delta_0 = 3,5\%$. Следовательно, формула (7) принимает вид

$$y = 0,91x^{0,169}.$$

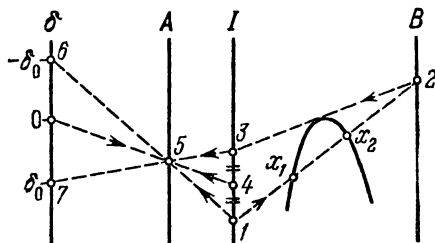


Рис. 11. Схема определения параметров A , B и δ_0 по номограмме рис. 10.

Пример 8. Пусть [7] требуется исследовать экстремальные свойства зависимости

$$w = u + v + \frac{a}{u} + \frac{b}{v} + \frac{c}{uv}, \quad (10)$$

где u , v , w — переменные, a , b , c — параметры.

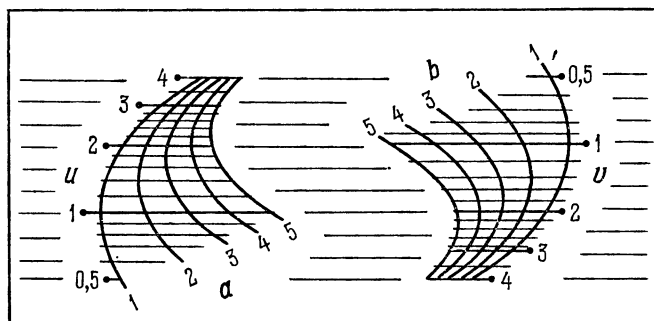
Представляем зависимость (10) номограммой с ориентированным транспарантом (рис. 12). Способ пользования номограммой состоит в следующем. Пусть требуется определить w по заданным значениям a , b , c , u и v . Накладываем транспарант на неподвижную плоскость так, чтобы на заданную точку поля (b , v) неподвижной плоскости попала заданная точка шкалы c транспаранта, а направляющая прямая транспаранта была параллельна направляющим прямым неподвижной плоскости. Тогда пометка линии w , проходящей через заданную точку поля (a , u), даст искомый ответ w .

Обозначим u^* и v^* значения переменных u и v , доставляющие переменной w минимальное значение w^* . Очевидно, u^* , v^* и w^* будут функциями параметров a , b и c . Номограмма рис. 12 дает возможность не только найти u^* , v^* и w^* при заданных значениях a , b и c , но и выявить, как влияют отклонения u и v от u^* и v^* на величину w . Пусть $a = 5$, $b = 2$, $c = 1$. Перемещаем ориентированный транспарант по неподвижной плоскости так, чтобы точка $c = 1$ оставалась на линии $b = 2$, и следим за пометками линий w , касающихся линии $a = 5$. Находим такое положение транспаранта, при котором пометка w становится наименьшей. Получаем $u^* = 2,4$; $v^* = 1,6$; $w^* = 7,6$. Одновременно устанавливаем, что значения u и v в пределах $2,2 \leq u \leq 2,6$ и $1,4 \leq v \leq 1,8$ доставляют значения w , близкие к $w^* = 7,6$.

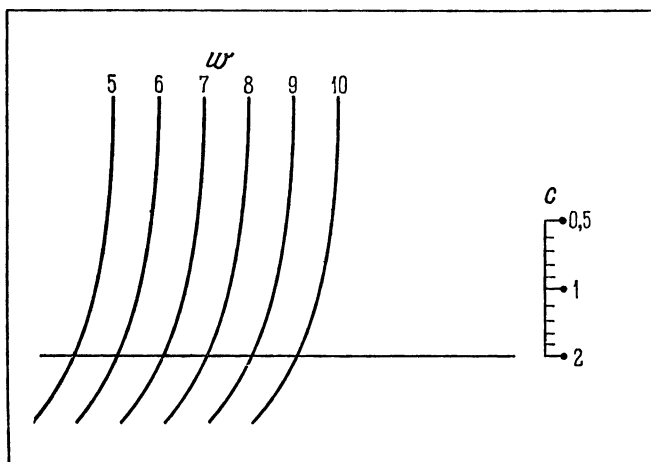
Пример 9. Пусть [6] требуется на основании опытных данных подобрать параметры A и B в эмпирической формуле

$$v = A(e^{Bt} - 1), \quad (11)$$

служащей для определения объема газа v , выделяющегося при метановом брожении за время t .



а)



б)

Рис. 12. Номограмма с ориентированным транспарантом для формулы (10):
а — неподвижная плоскость; б — транспарант.

Представляем зависимость (11) номограммой с ориентированным транспарантом в виде линейки (рис. 13). Ключ пользования номограммой схематически изображен на чертеже номограммы. Пусть требуется определить v по заданным значениям A , B и t . Накладываем линейку-транспарант на неподвижную плоскость так, чтобы верхний край транспаранта совпал с

заданной прямой B и чтобы прямая I неподвижной плоскости прошла через заданную точку шкалы A транспаранта. Тогда в точке пересечения заданной линии t и шкалы v транспаранта прочтем ответ v .

Отсюда вытекает следующий способ подбора параметров A и B по опытным данным t_1 и v_1 , t_2 и v_2 , ..., t_n и v_n . Перемещая

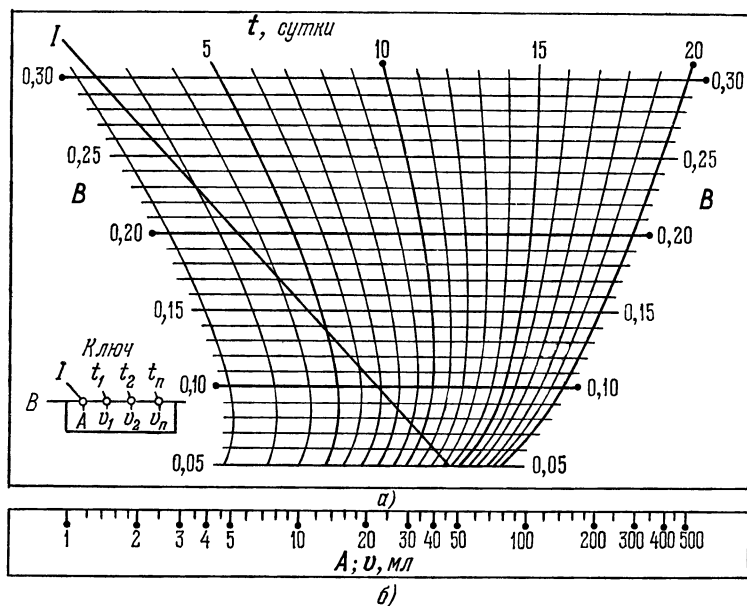


Рис. 13. Номограмма с ориентированным транспарантом в виде линейки для формулы (11): a — неподвижная плоскость; b — транспарант.

ориентированный транспарант по неподвижной плоскости, находим такое его положение, при котором наилучшим образом (на глаз) происходит совмещение линии t_1 и точки v_1 , линии t_2 и точки v_2 , ..., линии t_n и точки v_n . Пометка прямой B , совпавшей с верхним краем транспаранта, даст ответ B , а пометка шкалы A в точке пересечения ее с прямой I даст ответ A . Так, с помощью номограммы рис. 13 по опытным данным, приведенным в таблице

t , сутки	5	7	8	9	10	12	13	15	16
v , мл	3,1	5,1	6,7	8,5	10,7	14,9	18,6	26,6	30,3

находим $A = 2,5$ и $B = 0,164$.

Пример 10. Исследовать [8] влияние величин β и m на величину δQ в формуле

$$\delta Q = 100 \left[1 - \frac{(\beta + m)^{1/3} (8\sqrt{1+m^2} - 4m)^{1/3}}{(\beta + 2\sqrt{1+m^2})^{2/3}} \right], \quad (12)$$

где δQ — уменьшение расхода в процентах, возникающее тогда, когда в трапецидальном канале с коэффициентом заложения откосов m вместо гидравлически наивыгоднейшего значения β , равного β^* , где

$$\beta^* = 2(\sqrt{1+m^2} - m),$$

берут значение $\beta > \beta^*$. Здесь β — отношение ширины канала по дну к его глубине. При $\beta = \beta^*$ величина δQ в формуле (12) равна нулю.

На рис. 14 приведена номограмма уравнения (12), построенная для случая $\beta \geq \beta^*$. На ней переменные δQ , β и m представлены шкалами, связанными одним выравниванием. На номограмме штриховой прямой показано решение числового примера (дано: $m = 0,5$, $\beta = 2$; ответ $\delta Q = 1,1\%$). На основании анализа номограммы можно сделать следующие выводы:

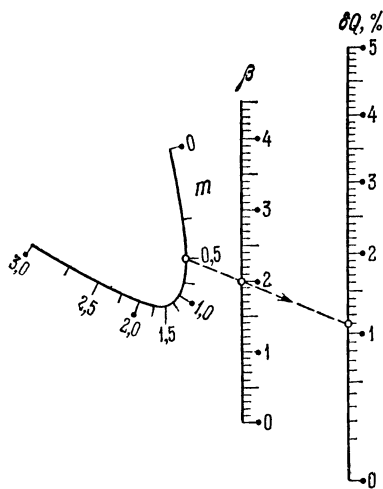
Рис. 14. Номограмма из выравненных точек с параллельными шкалами δQ и β и криволинейной шкалой m для уравнения (12) в случае $\beta \geq \beta^* = 2(\sqrt{1+m^2} - m)$.

а) Значение β^* дает на номограмме пометка шкалы β в точке пересечения ее прямой, соединяющей точку шкалы m и точку шкалы δQ с пометкой 0.

б) Значительные отклонения β от β^* вызывают малые изменения δQ .

в) Если принять $\beta = 2$, то δQ при любом m не превзойдет 2% , так как касательная, проведенная к носителю шкалы m из точки шкалы β с пометкой 2, пересекает шкалу δQ в точке с пометкой около 2% .

г) Если задать допустимое уменьшение расхода δQ_0 , то значения β , при которых $\delta Q \leq \delta Q_0$, будут находиться на участке шкалы β , который выделяют на ней прямые, соединяющие заданную точку шкалы m и точки шкалы δQ с пометками 0 и δQ_0 .



Пример 11. Исследовать [8] влияние величин n , R и y_0 на величину δC в формуле

$$\delta C = 100 \left[1 - R^{y_0 - 2.5 \sqrt{n} + 0.13 + 0.75 \sqrt{R}} (\sqrt{n} - 0.1) \right], \quad (13)$$

где $0,1 \leq R \leq 3$ м; $0,010 \leq n \leq 0,040$; $0,12 \leq y_0 \leq 0,35$. Формула (13) выражает погрешность в величине коэффициента Шези C в процентах, получающуюся, если вместо полной формулы Н. Н. Павловского

$$C = \frac{1}{n} R^{2.5 \sqrt{n} - 0.13 - 0.75 \sqrt{R}} (\sqrt{n} - 0.1) \quad (14)$$

взять более простую степенную формулу

$$C = \frac{1}{n} R^{y_0},$$

где y_0 — некоторый постоянный показатель степени. Здесь R — гидравлический радиус, n — коэффициент шероховатости.

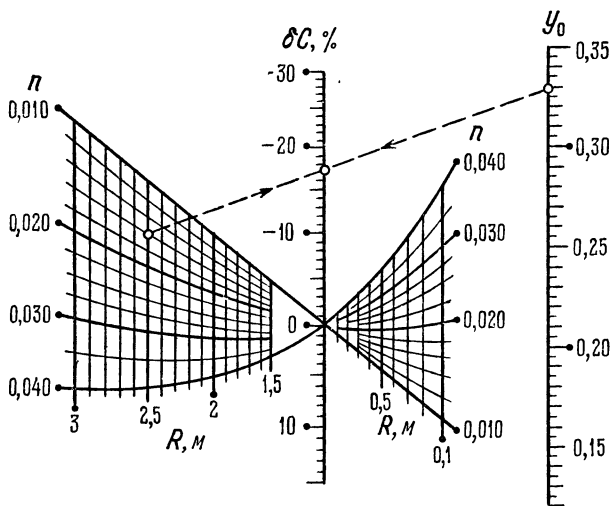


Рис. 15. Номограмма из выравненных точек с параллельными шкалами δC и y_0 и бинарным полем (n, R) для формулы (13).

На рис. 15 приведена номограмма из выравненных точек для формулы (13), состоящая из параллельных шкал δC и y_0 и бинарного поля (n, R) , связанных одним выравниванием. Прямая $R=1$ м совпадает с носителем шкалы δC . На номограмме штриховой прямой показано решение числового примера (дано: $n = 0,016$, $R = 2,5$ м, $y_0 = 0,33$; ответ $\delta C = -17,3\%$).

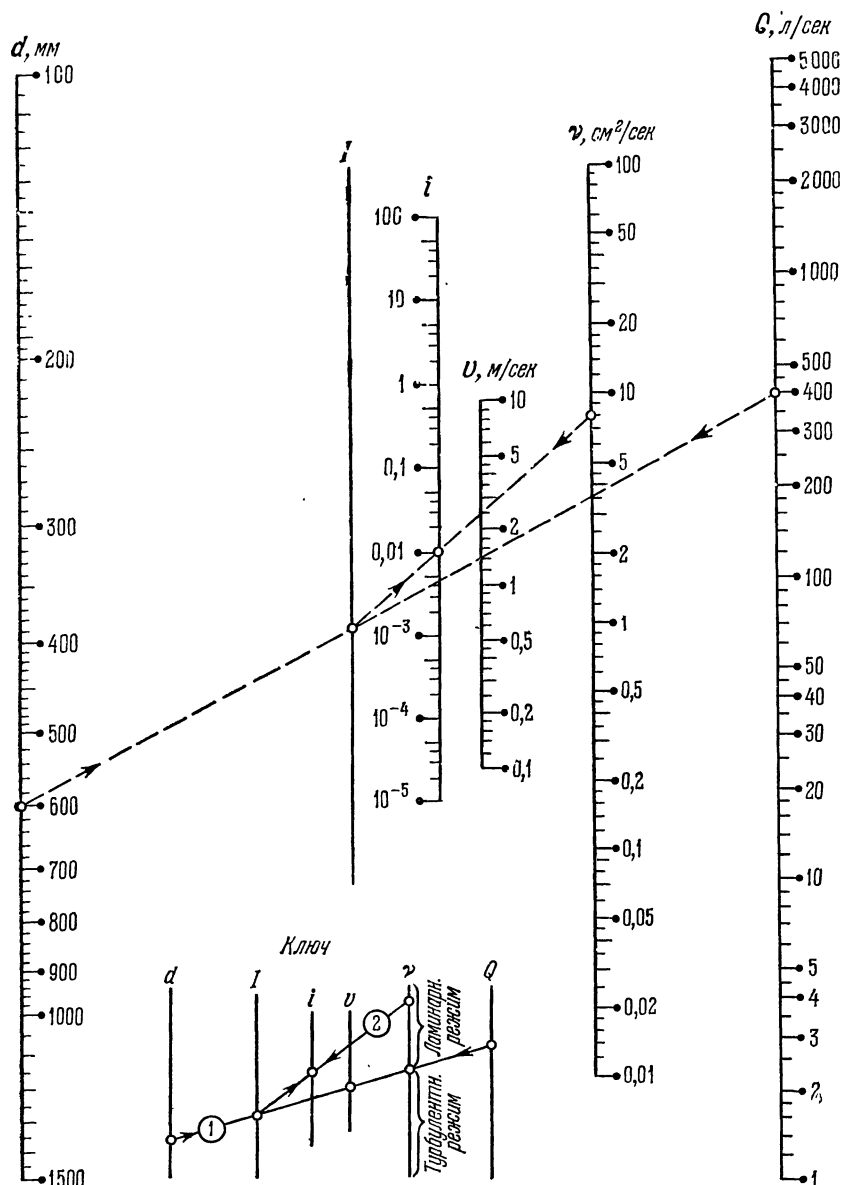


Рис. 16. Номограмма из выравненных точек с параллельными шкалами для системы уравнений (15) и уравнения $\frac{vd}{v} = 2400$, соответствующего случаю равенства в условии (16).

На основании анализа номограммы приходим к следующим выводам:

а) Пучок линий n является довольно широким. Поэтому нельзя найти такое значение y_0 , при котором степенная формула заменяла бы формулу (14) с незначительной погрешностью в полных пределах изменения n и R .

б) Соединив какую-либо точку шкалы y_0 с точками шкалы δC , имеющими пометками δC_0 и $-\delta C_0$, где $\delta C_0 > 0$, получим в бинарном поле (n, R) область значений n и R , для которой $|\delta C| \leq \delta C_0$.

в) Линии n при малых значениях n близки к прямым (линия $n = 0,010$ — прямая). С ростом n кривизна линий n увеличивается. Отсюда следует, что при фиксированном значении n погрешность от замены формулы (14) степенной формулой уменьшается с уменьшением фиксированного значения n .

Пример 12. На рис. 16 приведена номограмма из выравненных точек с параллельными шкалами [9] для решения относительно v и i системы уравнений

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi d^2 v}{4}, \\ i &= \frac{32 \nu v}{d^2 \cdot 9,81} \end{aligned} \quad (15)$$

при условии

$$\frac{v d}{\nu} \leq 2400. \quad (16)$$

В соотношениях (15) и (16) Q — расход, d — диаметр трубопровода, ν — коэффициент кинематической вязкости, v — скорость, i — потеря напора на единицу длины. Условие (16) соответствует случаю ламинарного режима течения жидкости в трубопроводе. Если условие (16) не выполняется, то режим будет турбулентным. На номограмме искомые величины v и i находятся по заданным значениям Q , d и ν двумя выравниваниями, причем попутно определяется режим течения. При заданных значениях Q и d совокупности значений ν , удовлетворяющей условию (16), отвечает на номограмме часть шкалы ν , лежащая выше точки пересечения ее с первой разрешающей прямой.

Таким образом, прямая, соединяющая заданные точки на шкалах Q и d , рассекает шкалу ν на две части, из которых верхняя отвечает ламинарному режиму, а нижняя турбулентному. Решение задачи возможно, если заданное значение ν лежит в области, соответствующей ламинарному режиму. На номограмме штриховыми прямыми показано решение числового примера (дано: $d = 600$ мм, $Q = 400$ л/сек, $\nu = 8$ см²/сек; ответы: режим ламинарный, $v = 1,4$ м/сек, $i = 0,01$).

ГЛАВА 3

ОБЗОР ОСНОВНЫХ ТИПОВ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ НОМОГРАММ

§ 9. Сдвоенные шкалы

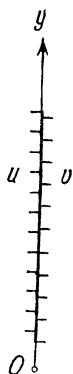
Для изображения зависимости с двумя переменными

$$v = f(u)$$

можно использовать *номограмму из сдвоенных шкал* (рис. 17).

Для получения такой номограммы берем ось координат Oy и полагаем

$$y = v = f(u).$$



С помощью написанных уравнений строим на оси Oy с двух сторон шкалы u и v .

Способ пользования. Пусть требуется определить v по заданному значению u . Находим на шкале u точку с заданной пометкой u . Тогда пометка этой точки на шкале v даст ответ.

Сдвоенные шкалы часто применяются в качестве элементов составных номограмм. Примером такой сдвоенной шкалы может служить сдвоенная шкала p_{π} и $t_{гр}$ в номограмме рис. 60 (пятая глава).

Рис. 17. Схема номограммы из сдвоенных шкал для уравнения $v = f(u)$.

§ 10. Сетчатые номограммы

Сетчатой номограммой можно представить зависимость с тремя переменными

$$w = F(u, v).$$

Номограмма этой зависимости состоит из трех пересекающихся семейств линий u , v и w (рис. 18).

Способ пользования. Пусть требуется определить w по заданным значениям u и v . Находим точку пересечения заданных линий u и v . Тогда пометка линии w , проходящей через найденную точку, даст ответ.

Для построения номограммы выбирают произвольное бинарное поле переменных u и v , заданное в системе координат xOy уравнениями

$$x = f_{12}(u, v), \quad y = g_{12}(u, v),$$

и строят в этом поле семейство линий w с помощью исходного уравнения. Чтобы получить уравнение семейства линий w , нужно из данного уравнения и уравнений бинарного поля исключить переменные u и v .

Обычно в качестве бинарного поля (u, v) берут прямоугольную сетку, определяемую уравнениями

$$x = f(u), \quad y = g(v).$$

Соответствующая номограмма носит название *абака Декарта*. В простейших случаях прямоугольная сетка (u, v) задается уравнениями

$$x = m(u - a), \quad y = n(v - b)$$

или уравнениями

$$x = m(\lg u - a), \quad y = n(\lg v - b),$$

где m, n, a и b — параметры.

Аналогичным путем номографируется система уравнений

$$w = f_{12}(u, v),$$

$$t = g_{12}(u, v).$$

Номограмма ее состоит из наложенных друг на друга бинарных полей (w, t) и (u, v) . Искомой может быть любая пара переменных. Для построения номограммы задаем произвольное бинарное поле (w, t) с помощью уравнений

$$x = F(w, t), \quad y = G(w, t).$$

Тогда уравнения поля (u, v) запишутся так:

$$x = F[f_{12}(u, v), g_{12}(u, v)], \quad y = G[f_{12}(u, v), g_{12}(u, v)].$$

В качестве бинарного поля (w, t) обычно выбирают прямоугольную сетку, определяемую уравнениями

$$x = f_3(w), \quad y = g_4(t).$$

В простейшем случае полагают

$$f_3 = m(w - a), \quad g_4 = n(t - b)$$

или

$$f_3 = m(\lg w - a), \quad g_4 = n(\lg t - b),$$

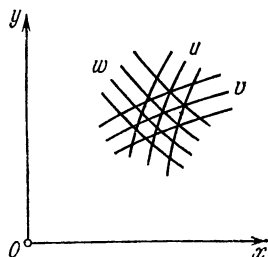


Рис. 18. Схема сетчатой номограммы для уравнения $w = F(u, v)$.

где m , n , a и b — параметры. Примером номограммы данного типа может служить приведенная в пятой главе номограмма рис. 56.

§ 11. Номограммы из выравненных точек

Номограммой из выравненных точек можно представить зависимость с шестью переменными вида

$$\frac{f_{34} - f_{12}}{g_{34} - g_{12}} = \frac{f_{56} - f_{12}}{g_{56} - g_{12}}. \quad (17)$$

Номограмма состоит из трех бинарных полей (α_1, α_2) , (α_3, α_4) и (α_5, α_6) , уравнения которых в системе координат xOy записываются так:

$$\begin{aligned} x_{12} = f_{12}, & \quad x_{34} = f_{34}, & \quad x_{56} = f_{56}, \\ y_{12} = g_{12}, & \quad y_{34} = g_{34}, & \quad y_{56} = g_{56}. \end{aligned} \quad (18)$$

Способ пользования. Пусть требуется определить α_6 по заданным значениям остальных величин. Отмечаем в бинарных полях (α_1, α_2) и (α_3, α_4) точки A и B (рис. 19), соответствующие заданным значениям переменных, и прикладываем к ним край линейки. Край линейки пересечет заданную линию α_5 в точке C . Пометка линии α_6 , проходящей через точку C , даст ответ.

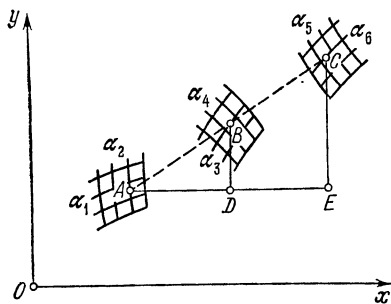


Рис. 19. Схема номограммы из выравненных точек для уравнения (17).

Примером номограммы из выравненных точек с тремя бинарными полями может служить приведенная в пятой главе номограмма рис. 52.

Вывод канонической формы (17). Пусть координаты точек A , B и C , лежащих на одной прямой, определяются соответственно уравнениями (18). Проведем через точку A прямую, параллельную оси Ox , а через точки B и C — прямые, параллельные оси Oy . Обозначим D и E точки пересечения проведенных прямых. Из подобия треугольников ABD и ACE имеем

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}.$$

Кроме того, $AD = x_{34} - x_{12}$, $DB = y_{34} - y_{12}$, $AE = x_{56} - x_{12}$, $EC = y_{56} - y_{12}$. Поэтому

$$\frac{x_{34} - x_{12}}{y_{34} - y_{12}} = \frac{x_{56} - x_{12}}{y_{56} - y_{12}}.$$

Заменяя в полученном уравнении координаты соответствующими функциями из уравнений (18), приходим к форме (17).

Аналогичным путем номографируется система уравнений вида

$$\frac{f_{34} - f_{12}}{g_{34} - g_{12}} = \frac{f_{56} - f_{12}}{g_{56} - g_{12}} = \frac{f_{78} - f_{12}}{g_{78} - g_{12}} = \dots = \frac{f_{k,l} - f_{12}}{g_{k,l} - g_{12}}.$$

Номограмма этой системы уравнений состоит из бинарных полей (α_1, α_2) , (α_3, α_4) , (α_5, α_6) , ..., (α_k, α_l) , точки которых связаны одним выравниванием.

В частном случае некоторые из функций, входящих в форму (17), могут зависеть лишь от одной переменной. Тогда соответствующие номограммы будут иметь вместо бинарных полей шкалы. Отметим следующие канонические формы с пятью, четырьмя и тремя переменными, представимые элементарными номограммами из выравненных точек:

$$\begin{aligned} f_5 &= \frac{f_{12} + f_{34}}{g_{12} + g_{34}}, & f_1 f_2 f_{34} + (f_1 + f_2) g_{34} + h_{34} &= 0, \\ f_1 f_{34} + f_2 g_{34} + h_{34} &= 0, & \frac{f_2 - f_1}{g_2 - g_1} = \frac{f_3 - f_1}{g_3 - g_1}, & f_3 = \frac{f_1 + f_2}{g_1 + g_2}, \\ f_1 f_2 f_3 + (f_1 + f_2) g_3 + h_3 &= 0, & f_1 f_3 + f_2 g_3 + h_3 &= 0, \\ f_1 + f_2 &= f_3, & f_1 &= f_2 f_3, & f_1 + f_2 + f_3 &= f_1 f_2 f_3. \end{aligned}$$

Примерами номограмм из выравненных точек для зависимостей, приводящихся к форме $f_1 f_{34} + f_2 g_{34} + h_{34} = 0$, могут служить номограммы рис. 5, 15 и 50, к форме $f_1 f_3 + f_2 g_3 + h_3 = 0$ — номограммы рис. 4 и 14, к форме $f_1 + f_2 = f_3$ — номограмма рис. 34, к форме $f_1 = f_2 f_3$ — номограмма рис. 36.

Из частных случаев системы уравнений, представимых номограммой из выравненных точек, отметим часто встречающуюся на практике систему вида

$$w = a_1 u^{\alpha_1} v^{\beta_1}, \quad t = a_2 u^{\alpha_2} v^{\beta_2}, \quad \dots, \quad z = a_n u^{\alpha_n} v^{\beta_n}, \quad (19)$$

где a_i , α_i и β_i , $i = 1, 2, \dots, n$, — константы. Номограмма системы уравнений (19) состоит из параллельных логарифмических шкал, связанных одним выравниванием. Примером номограммы данного типа может служить приведенная в пятой главе номограмма рис. 57.

§ 12. Циркулярные номограммы

Циркулярной номограммой можно представить зависимость с восемью переменными вида

$$(f_{34} - f_{12})^2 + (g_{34} - g_{12})^2 = (f_{78} - f_{56})^2 + (g_{78} - g_{56})^2. \quad (20)$$

Номограмма состоит из четырех бинарных полей (α_1, α_2) , (α_3, α_4) , (α_5, α_6) и (α_7, α_8) , уравнения которых в системе координат xOy записываются так:

$$\begin{aligned} x_{12} &= f_{12}, & x_{34} &= f_{34}, & x_{56} &= f_{56}, & x_{78} &= f_{78}, \\ y_{12} &= g_{12}, & y_{34} &= g_{34}, & y_{56} &= g_{56}, & y_{78} &= g_{78}. \end{aligned} \quad (21)$$

Схема номограммы приведена на рис. 20.

Способ пользования. Пусть требуется определить α_8 по заданным значениям остальных величин. Отмечаем в бинарных полях точки A , B и A' , отвечающие заданным значениям переменных. Измеряем циркулем расстояние AB . Оставляя неизменным найденный раствор циркуля, ставим одну из его ножек в точку A' и вращаем вокруг этой точки до тех пор, пока вторая ножка циркуля не попадет на заданную линию α_7 в точку B' . Пометка линии α_8 , проходящей через точку B' , даст ответ α_8 .

Рис. 20. Схема циркульной номограммы для уравнения (20).

$AB = A'B'$. Используя формулу расстояния между двумя точками, получим

$$(x_{34} - x_{12})^2 + (y_{34} - y_{12})^2 = (x_{78} - x_{56})^2 + (y_{78} - y_{56})^2.$$

Заменяя в этой формуле координаты соответствующими функциями из уравнений (21), приходим к форме (20).

Форма (20) в полном своем виде встречается редко. Практическое значение имеют ее следующие частные случаи:

$$\begin{aligned} f_{12} + F(g_{12}, \alpha_3) &= f_{45} + \Phi(g_{45}, \alpha_6), & f_{12} + f_{13} &= f_{45} + f_{46}, \\ f_{12} + f_{13} &= f_4 + f_5 + f_6, & f_1 + f_2 + f_3 &= f_4 + f_5 + f_6, & f_1 + f_2 &= f_3 + f_4. \end{aligned}$$

Циркульные номограммы этих форм являются хорошо приспособляемыми. Их называют *приспособляемыми циркульными номограммами*. Примером приспособляемой циркульной номограммы для зависимости, приводящейся к форме $f_1 + f_2 + f_3 = f_4 + f_5 + f_6$, может служить рассмотренная в четвертой главе номограмма рис. 43.

§ 13. Номограммы из равноудаленных точек

Номограммой из равноудаленных точек можно представить зависимость с шестью переменными

$$(f_{34} - f_{12})^2 + (g_{34} - g_{12})^2 = (f_{56} - f_{12})^2 + (g_{56} - g_{12})^2. \quad (22)$$

Номограмма состоит из трех бинарных полей (α_1, α_2) , (α_3, α_4) и (α_5, α_6) , уравнения которых в системе координат xOy записываются так:

$$\begin{aligned} x_{12} = f_{12}, & \quad x_{34} = f_{34}, & \quad x_{56} = f_{56}, \\ y_{12} = g_{12}, & \quad y_{34} = g_{34}, & \quad y_{56} = g_{56}. \end{aligned}$$

Поле (α_1, α_2) называется *полем центров*, поля (α_3, α_4) и (α_5, α_6) — *полями засечек*. Схема номограммы приведена на рис. 21.

Способ пользования. Пусть требуется определить α_6 по заданным значениям остальных величин. Отмечаем в бинарных полях (α_1, α_2) и (α_3, α_4) точки A и B , соответствующие заданным значениям переменных. Ставим ножки циркуля в точки A и B . Не изменяя раствора циркуля, вращаем его вокруг точки A до тех пор, пока вторая ножка циркуля не попадет на заданную линию α_5 в точку C . Ответ α_6 даст пометка линии α_6 , проходящей через точку C .

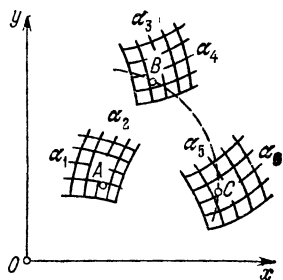


Рис. 21. Схема номограммы из равноудаленных точек для уравнения (22).

Номограммы из равноудаленных точек можно рассматривать как частный случай циркульных номограмм общего вида, когда в них два бинарных поля совпадают.

Форма (22) в полном своем виде также редко встречается на практике. Большой интерес представляют ее следующие частные случаи

$$\begin{aligned} f_{12} = f_{34} + F(\alpha_5, g_{34}), & \quad f_{12} = f_{34} + f_{35}, & \quad f_1 + f_2 = f_3 + f_4 + f_5, \\ f_{14} = f_{24} + f_{34}, & \quad f_{12} = f_3 + f_4, & \quad f_1 = f_2 + f_3. \end{aligned}$$

Номограммы из равноудаленных точек для этих форм, в отличие от номограмм общей формы (22), являются хорошо приспособляемыми. Их называют *приспособляемыми номограммами из равноудаленных точек*. Примерами номограмм зависимостей, приводящихся к форме $f_{12} = f_{34} + f_{35}$, могут служить помещенные в четвертой и пятой главах номограммы рис. 41 и 48.

Отметим еще две следующие формы для систем уравнений, представимые приспособляемыми номограммами из

равноудаленных точек:

$$\begin{aligned} f_{12} &= f_3 + f_{45}, & f_{12} &= f_{34} + f_{35}, \\ g_{12} &= g_{36} + g_4 & \text{и} & & f_{12} &= f_{67} + f_{68}. \end{aligned}$$

Примерами номограмм для зависимостей, приводящихся к этим формам, являются соответственно номограммы рис. 6 и 7. Номограмма рис. 6 — элементарная, номограмма рис. 7 — составная.

§ 14. Номограммы с параллельным индексом

Номограммой с параллельным индексом можно представить зависимость с восемью переменными

$$\frac{f_{34} - f_{12}}{g_{34} - g_{12}} = \frac{f_{78} - f_{56}}{g_{78} - g_{56}}. \quad (23)$$

Номограмма состоит из четырех бинарных полей (α_1, α_2) , (α_3, α_4) , (α_5, α_6) и (α_7, α_8) , уравнения которых в системе координат xOy записываются так:

$$\begin{aligned} x_{12} &= f_{12}, & x_{34} &= f_{34}, & x_{56} &= f_{56}, & x_{78} &= f_{78}, \\ y_{12} &= g_{12}, & y_{34} &= g_{34}, & y_{56} &= g_{56}, & y_{78} &= g_{78}. \end{aligned} \quad (24)$$

Схема номограммы приведена на рис. 22.

Способ пользования. Пусть требуется найти α_8 по заданным значениям остальных величин. Отмечаем в бинарных полях точки A, B и C , соответствующие заданным значениям переменных. Через точку C проводим прямую, параллельную прямой AB , до пересечения с заданной линией α_7 в точке D . Пометка линии α_8 , проходящей через точку D , дает искомый ответ.

Вывод канонической формы (23). В силу параллельности прямых AB и CD имеем

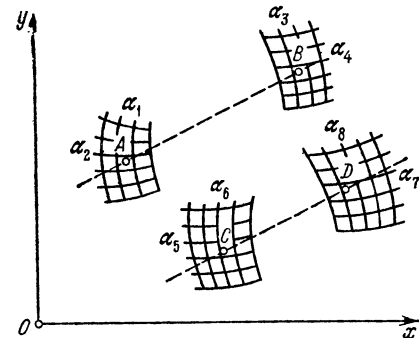


Рис. 22. Схема номограммы с параллельным индексом для уравнения (23).

$$\frac{x_{34} - x_{12}}{y_{34} - y_{12}} = \frac{x_{78} - x_{56}}{y_{78} - y_{56}}.$$

Заменяя в этом уравнении координаты соответствующими функциями из уравнений (24), приходим к форме (23).

Частные случаи формы (23):

$$\begin{aligned} f_{56} &= \frac{f_{12} - f_{34}}{g_{12} - g_{34}}, & f_1 f_{34} + g_{34} &= f_2 f_{56} + g_{56}, & f_{12} + f_{13} &= f_{45} + f_{46}, \\ f_1 - f_2 &= f_3 - f_4, & \frac{f_1}{f_2} &= \frac{f_3}{f_4}. \end{aligned}$$

§ 15. Номограммы с крестообразным индексом

Повернем на 90° по часовой стрелке часть плоскости рис. 22, в которой расположены бинарные поля (α_5, α_6) и (α_7, α_8) . Тогда разрешающие прямые AB и CD будут перпендикулярны. Получим номограмму с крестообразным индексом (рис. 23).

Номограмма рис. 23 изображает ту же зависимость (23), что и номограмма с параллельным индексом (рис. 22). Уравнения элементов номограммы получим из уравнений (24), заменив в уравнениях полей (α_5, α_6) и (α_7, α_8) y на x и x на $-y$.

Способ пользования. Для пользования номограммой нужно иметь транспарант с начерченным на нем крестом из двух перпендикулярных прямых. Пусть требуется найти α_8 по данным значениям остальных величин. Накладываем транспарант на неподвижную плоскость так, чтобы точки A и B лежали на одной прямой креста, а точка C — на другой. Тогда ответ α_8 даст пометка линии α_8 , проходящей через точку D пересечения второй прямой креста и заданной линии α_7 .

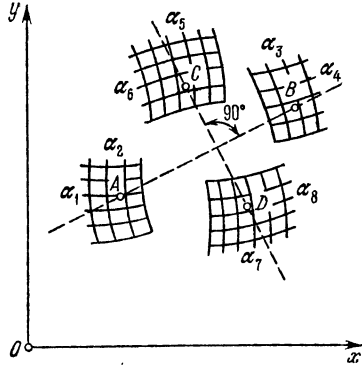


Рис. 23. Схемы номограммы с крестообразным индексом для уравнения (23).

§ 16. Бариецентрические номограммы

Бариецентрические номограммы дают возможность решать системы уравнений вида

$$\begin{aligned} f_{12} + f_{34} &= f_{56}, \\ g_{12} + g_{34} &= g_{56} \end{aligned} \quad (25)$$

относительно переменных α_5 и α_6 , а также зависимости с пятью переменными вида

$$f_5 = F(f_{12} + f_{34}, g_{12} + g_{34}), \quad (26)$$

которые путем введения вспомогательной переменной приводятся к системе уравнений (25). Номограмма системы уравнений (25) (рис. 24) состоит из трех бинарных полей (α_1, α_2) , (α_3, α_4) и (α_5, α_6) , уравнения которых в системе координат xOy записываются так:

$$\begin{aligned} x_{12} &= f_{12}, & x_{34} &= \frac{f_{34}}{\lambda}, & x_{56} &= \frac{f_{56}}{1 + \lambda}, \\ y_{12} &= g_{12}, & y_{34} &= \frac{g_{34}}{\lambda}, & y_{56} &= \frac{g_{56}}{1 + \lambda}, \end{aligned}$$

где λ — некоторое постоянное для данной номограммы число. Поля (α_1, α_2) и (α_3, α_4) называются *крайними*, поле (α_5, α_6) — *центральной*.

Способ пользования. Пусть требуется найти α_5 и α_6 по заданным значениям $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и α_4 . Отмечаем в бинарных полях (α_1, α_2) и (α_3, α_4) точки A и B , соответствующие заданным значениям переменных. Проводим прямую AB и находим на ней

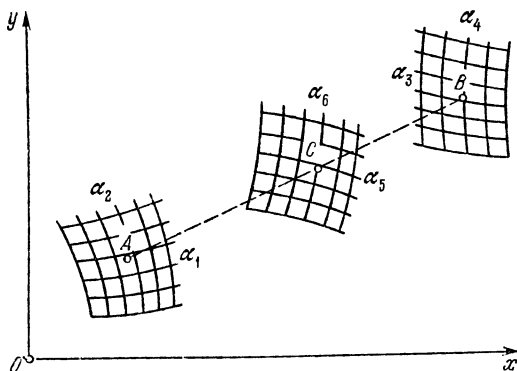


Рис. 24. Схема барицентрической номограммы при заданном отношении

$$\lambda = \frac{AC}{CB} \text{ для системы уравнений (25).}$$

точку C , делящую отрезок AB в отношении λ . В точке C читаем ответы α_5 и α_6 . Когда число λ равно 1, точка C находится посередине между точками A и B .

Вывод канонической формы (25). Согласно правилу пользования номограммой, ответная точка C делит отрезок AB в отношении λ , т. е. $\frac{AC}{CB} = \lambda$. Следовательно, между координатами точек A, B, C и параметром λ имеют место соотношения

$$x_{56} = \frac{x_{12} + \lambda x_{34}}{1 + \lambda}, \quad y_{56} = \frac{y_{12} + \lambda y_{34}}{1 + \lambda}$$

или

$$(1 + \lambda)x_{56} = x_{12} + \lambda x_{34}, \quad (1 + \lambda)y_{56} = y_{12} + \lambda y_{34}.$$

Полагая

$$\begin{aligned} x_{12} &= f_{12}, & \lambda x_{34} &= f_{34}, & (1 + \lambda)x_{56} &= f_{56}, \\ y_{12} &= g_{12}, & \lambda y_{34} &= g_{34}, & (1 + \lambda)y_{56} &= g_{56}, \end{aligned}$$

получим каноническую форму (25). Уравнения элементов номограммы найдем, решая написанные уравнения относительно координат.

Схема номограммы зависимости (26) определится рис. 24, если из чертежа изъять семейство линий α_6 . Предполагается, что искомой переменной является α_5 . Отметим следующие частные случаи формы (26):

$$\begin{aligned} f_{12}f_{34}f_5 + g_{12}g_{34}g_5 + h_{12}h_{34}h_5 &= 0, \\ f_1f_{34}f_5 + f_2g_{34}g_5 + h_{34}h_5 &= 0, \\ f_1f_2f_{34}f_5 + (f_1 + f_2)g_{34}g_5 + h_{34}h_5 &= 0, \\ f_1f_2f_3f_4f_5 + g_1g_2g_3g_4g_5 + h_1h_2h_3h_4h_5 &= 0, \\ f_{12} + f_{34} + f_5 &= g_{12}g_{34}g_5, \\ f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 &= g_1g_2g_3g_4g_5, \\ f_5 &= \frac{f_{12} + f_{34}}{g_{12} + g_{34}}, \\ f_5 &= f_{12} + f_{34}, \\ f_5 &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4, \\ f_{12}f_3f_4 + g_{12}g_3g_4 + h_{12}h_3h_4 &= 0, \\ f_1f_3f_4 + f_2g_3g_4 + h_3h_4 &= 0, \\ f_1f_2f_3f_4 + (f_1 + f_2)g_3g_4 + h_3h_4 &= 0, \\ f_1f_2f_3f_4 + g_1g_2g_3g_4 + h_1h_2h_3h_4 &= 0. \end{aligned}$$

Применение циркуля и линейки при пользовании барицентрической номограммой. Предположим, что в барицентрической номограмме рис. 24 для системы уравнений (25) параметр λ равен $1/n$, где n — целое число (т. е. $1/n = AC/CB$ и $CB = nAC$), и что искомыми переменными являются α_3 и α_4 . Тогда для определения ответной точки B можно использовать циркуль и линейку. Ставим ножки циркуля в заданные точки A и C в бинарных полях (α_1, α_2) и (α_5, α_6) . К ножкам циркуля прикладываем линейку. Затем от точки C откладываем циркулем по краю линейки n раз отрезок AC . Получаем ответную точку B в поле (α_3, α_4) . Когда $\lambda = 1$, отрезок AC откладывается один раз. Аналогичный способ пользования можно применить и в случае номограммы зависимости (26), если в ней ответное семейство линий α_5 сделать крайним и выбрать $\lambda = 1/n$, где n — целое число.

Преобразование барицентрической номограммы в номограмму из равноудаленных точек. Номограмму рис. 24 для системы уравнений (25), построенную при $\lambda = 1$, всегда можно преобразовать в номограмму из равноудаленных точек. Для этого нужно построить вспомогательное ортогональное поле, проведя через крайние поля номограммы два произвольных семейства параллельных прямых,

перпендикулярных друг другу. Полученная номограмма дает возможность найти α_1 и α_2 или α_3 и α_4 проведением одной разрешающей окружности. Пусть требуется определить α_3 и α_4 . Помещаем ножки циркуля в заданные точки A и C . Радиусом AC проводим из точки C окружность. Находим точку пересечения ее с прямой из первого семейства параллельных прямых, проходящей через точку A . Прямая из второго семейства параллельных прямых, проходящая через найденную точку, даст в пересечении с окружностью искомую точку B в поле (α_3, α_4) . Аналогичное преобразование можно применить и к барицентрической номограмме зависимости (26) с крайним семейством α_5 , построенной при $\lambda = 1$.

Рассмотренное преобразование особенно выгодно применять, когда среди семейств линий в крайних бинарных полях имеются семейства параллельных прямых, перпендикулярных друг другу. Именно такой случай имеет место в барицентрической номограмме, построенной при $\lambda = 1$, для системы уравнений (см. § 13)

$$f_3 + f_{45} = f_{12},$$

$$g_{36} + g_4 = g_{12}.$$

Крайние бинарные поля этой номограммы (α_3, α_6) и (α_4, α_5) содержат ортогональные семейства параллельных прямых α_3 и α_4 . Продлив их, получим бинарное поле (α_3, α_4) . В результате придем к номограмме из равноудаленных точек, состоящей из поля центров (α_1, α_2) , и трех полей засечек (α_3, α_6) , (α_3, α_4) и (α_4, α_5) . Номограмма дает возможность путем проведения одной разрешающей окружности найти α_3 и α_6 или α_4 и α_5 . Когда искомыми переменными являются α_1 и α_2 , номограммой можно пользоваться как барицентрической, деля пополам отрезок между заданными точками крайних бинарных полей.

Примерами барицентрических номограмм могут служить номограмма рис. 8 и приведенные ниже номограммы рис. 44 и 49.

§ 17. Ромбоидальные номограммы

Ромбоидальные номограммы дают возможность решать системы уравнений вида

$$\begin{aligned} f_{12} - f_{56} &= f_{34} - f_{78}, \\ g_{12} - g_{56} &= g_{34} - g_{78} \end{aligned} \quad (27)$$

и зависимости с семью переменными вида

$$f_7 = F(f_{12} + f_{34} + f_{56}, g_{12} + g_{34} + g_{56}), \quad (28)$$

которые путем введения вспомогательной переменной приводятся к системе уравнений (27). Номограмма системы уравне-

ний (27) (рис. 25) состоит из четырех бинарных полей (α_1, α_2) , (α_3, α_4) , (α_5, α_6) и (α_7, α_8) , уравнения которых в системе координат xOy записываются так:

$$\begin{aligned} x_{12} &= f_{12}, & x_{34} &= f_{34}, & x_{56} &= f_{56}, & x_{78} &= f_{78}, \\ y_{12} &= g_{12}, & y_{34} &= g_{34}, & y_{56} &= g_{56}, & y_{78} &= g_{78}. \end{aligned}$$

Номограмма дает возможность решить систему уравнений (27) относительно любой из пар переменных, входящих в одно и то же бинарное поле.

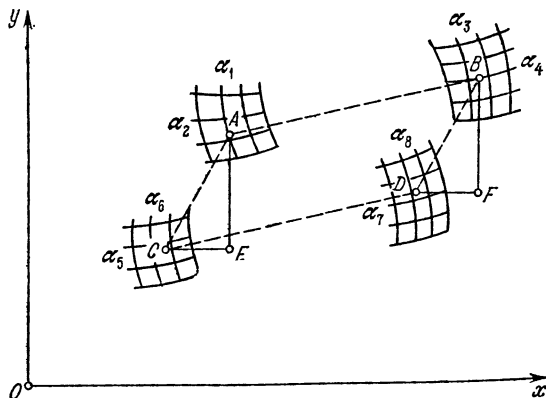


Рис. 25. Схема ромбоидальной номограммы для системы уравнений (27).

Способ пользования. Пусть требуется найти α_7 и α_8 по заданным значениям $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ и α_6 . Отмечаем в бинарных полях (α_1, α_2) , (α_3, α_4) и (α_5, α_6) точки A, B и C по заданным пометкам и находим четвертую точку D — вершину параллелограмма ABDC. Для этого через точку B проводим прямую, параллельную прямой AC, а через точку C — прямую, параллельную прямой AB. В точке пересечения этих прямых D читаем искомые ответы α_7 и α_8 .

Вывод канонической формы (27). Проведем через точки A и B прямые, параллельные оси Oy, а через точки C и D — прямые, параллельные оси Ox. Получаем два равных прямоугольных треугольника ACE и BDF. В самом деле, $AC = BD$ как противоположные стороны параллелограмма, $\angle ACE = \angle BDF$ как углы с соответственно параллельными сторонами. Отсюда $CE = DF$, $EA = FB$. Имеем

$$CE = x_{12} - x_{56}, \quad DF = x_{34} - x_{78}, \quad EA = y_{12} - y_{56}, \quad FB = y_{34} - y_{78};$$

поэтому

$$x_{12} - x_{56} = x_{34} - x_{78},$$

$$y_{12} - y_{56} = y_{34} - y_{78}.$$

Заменяя в полученных уравнениях координаты соответствующими функциями, приходим к форме (27).

Номограмма зависимости (28) определится рис. 25, если из чертежа изъять семейство линий α_8 . Предполагается, что искомой переменной является α_7 .

Отметим следующие важные частные случаи формы (28):

$$\begin{aligned} f_{12}f_{34}f_{56}f_7 + g_{12}g_{34}g_{56}g_7 + h_{12}h_{34}h_{56}h_7 &= 0, \\ f_1f_{34}f_{56}f_7 + f_2g_{34}g_{56}g_7 + h_{34}h_{56}h_7 &= 0, \\ f_1f_2f_{34}f_{56}f_7 + (f_1 + f_2)g_{34}g_{56}g_7 + h_{34}h_{56}h_7 &= 0, \\ f_1f_2f_3f_4f_5f_6f_7 + g_1g_2g_3g_4g_5g_6g_7 + h_1h_2h_3h_4h_5h_6h_7 &= 0, \\ f_{12} + f_{34} + f_{56} + f_7 &= g_{12}g_{34}g_{56}g_7, \\ f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 &= g_1g_2g_3g_4g_5g_6g_7, \\ f_7 &= \frac{f_{12} + f_{34} + f_{56}}{g_{12} + g_{34} + f_{56}}, \\ f_7 &= f_{12} + f_{34} + f_{56}, \\ f_7 &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6. \end{aligned} \quad (29)$$

Ромбоидальными номограммами можно также представить формы (25), (26) и их частные случаи. На рис. 9, 45 и 58 изображены конкретные ромбоидальные номограммы.

§ 18. Номограммы с ориентированным транспарантом

Номограммы с ориентированным транспарантом дают возможность решать системы уравнений вида

$$\begin{aligned} f_{12} - f_{78} &= f_{34} - f_{9,10} = f_{56} - f_{11,12}, \\ g_{12} - g_{78} &= g_{34} - g_{9,10} = g_{56} - g_{11,12}. \end{aligned} \quad (30)$$

Номограмма системы уравнений (30) состоит из двух частей: *неподвижной плоскости и транспаранта* (рис. 26). Транспарант выполняется из прозрачного материала. На неподвижной плоскости расположены бинарные поля (α_1, α_2) , (α_3, α_4) и (α_5, α_6) , заданные в системе координат xOy уравнениями

$$\begin{aligned} x_{12} &= f_{12}, & x_{34} &= f_{34}, & x_{56} &= f_{56}, \\ y_{12} &= g_{12}, & y_{34} &= g_{34}, & y_{56} &= g_{56}. \end{aligned}$$

На транспаранте нанесены бинарные поля (α_7, α_8) , (α_9, α_{10}) и $(\alpha_{11}, \alpha_{12})$, определяемые в системе координат $x'O'y'$ уравнениями

$$\begin{aligned} x'_{78} &= f_{78}, & x'_{9,10} &= f_{9,10}, & x'_{11,12} &= f_{11,12}, \\ y'_{78} &= g_{78}, & y'_{9,10} &= g_{9,10}, & y'_{11,12} &= g_{11,12}. \end{aligned}$$

На неподвижной и подвижной плоскостях наносятся также *направляющие прямые*, параллельные осям абсцисс.

Способ пользования. Пусть требуется найти α_9 , α_{10} , α_{11} и α_{12} по значениям остальных переменных. Находим в бинарных полях точки A' , A , B , C , отвечающие заданным значениям переменных. Накладываем транспарант на неподвижную плоскость так, чтобы с точкой A неподвижной плоскости совпала точка A' транспаранта, а оси абсцисс неподвижной плоскости и транспаранта были параллельны. Тогда в точках B' и C'

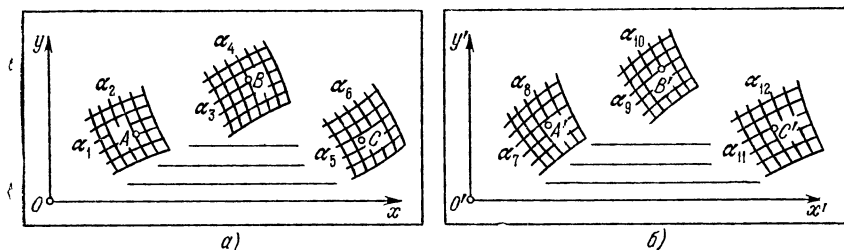


Рис. 26. Схема номограммы с ориентированным транспарантом для системы уравнений (30): a — неподвижная плоскость; b — транспарант.

транспаранта, совпавших с точками B и C неподвижной плоскости, прочтем четыре искомых ответа. Ключ пользования номограммой можно короче записать так:

$$Ox \parallel O'x', \quad A| = |A', \quad B| = |B', \quad C| = |C'$$

или

$$\begin{aligned} Ox \parallel O'x', \quad (\alpha_1, \alpha_2) | = | (\alpha_7, \alpha_8), \\ (\alpha_3, \alpha_4) | = | (\alpha_9, \alpha_{10}), \quad (\alpha_5, \alpha_6) | = | (\alpha_{11}, \alpha_{12}), \end{aligned}$$

где $| = |$ — символ *двойного контакта*, т. е. совмещения точки на неподвижной плоскости с точкой на транспаранте.

Вывод канонической формы (30). При ориентированном наложении транспаранта на неподвижную плоскость точка A' совпадает с точкой A , точка B' — с точкой B и точка C' — с точкой C . Поэтому разности координат совпавших точек будут равны друг другу:

$$x_{12} - x_{78} = x_{34} - x_{9, 10} = x_{56} - x_{11, 12},$$

$$y_{12} - y_{78} = y_{34} - y_{9, 10} = y_{56} - y_{11, 12}.$$

Заменяя координаты соответствующими функциями, придем к канонической форме (30).

Аналогично номографируется и более общая система уравнений

$$\begin{aligned} f_{12} - f_{1+2n, 2+2n} &= f_{2k-1, 2k} - f_{2k-1+2n, 2k+2n}, \\ g_{12} - g_{1+2n, 2+2n} &= g_{2k-1, 2k} - g_{2k-1+2n, 2k+2n}, \\ k &= 2, 3, \dots, n. \end{aligned}$$

Исключая из уравнений (30) переменные α_8 , α_{10} и α_{12} , получим зависимость с девятью переменными. Номограмма ее изображена рис. 26, если удалить с транспаранта семейства линий, соответствующие исключенным переменным. Ключ пользования номограммой:

$$Ox \parallel O'x', \quad (\alpha_1, \alpha_2) | - | \alpha_7, \quad (\alpha_3, \alpha_4) | - | \alpha_9, \quad (\alpha_5, \alpha_6) | - | \alpha_{11},$$

где $| - |$ — символ *простого контакта*, т. е. совмещения точки одной плоскости номограммы с линией на другой ее плоскости. Записать зависимость, которую изображает номограмма, в явном виде для общего случая не удастся. Однако можно указать ряд зависимостей с девятью переменными, которые можно представить номограммами этого типа [6]. К ним относятся, например, зависимости

$$\begin{aligned} g_{12} + F(\alpha_7, f_{12} + f_{56} + f_9) &= g_{34} + \Phi(\alpha_8, f_{34} + f_{56} + f_9), \\ f_7 &= F(f_{12} + f_{56} + f_9, g_{12} + g_{34} + g_8), \\ f_{12}f_3f_7f_8f_9 + f_{45}f_6g_7g_8g_9 + h_7h_8h_9 &= 0, \\ f_{12} + f_{34} + f_{56} &= f_7 + f_8 + f_9, \\ f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 &= f_7 + f_8 + f_9. \end{aligned}$$

Большой практический интерес представляет частный случай системы уравнений (30), когда в ней отсутствуют третьи равенства. Получается форма (27):

$$\begin{aligned} f_{12} - f_{56} &= f_{34} - f_{78}, \\ g_{12} - g_{56} &= g_{34} - g_{78}. \end{aligned}$$

Соответствующая ей номограмма имеет по два поля на неподвижной плоскости и транспаранте. Схема номограммы определится рис. 25, если считать, что поля (α_1, α_2) и (α_3, α_4) расположены на неподвижной плоскости, а поля (α_5, α_6) и (α_7, α_8) — на транспаранте. Выделенная ранее форма (28) и ее частные случаи также могут быть представлены номограммами с ориентированным транспарантом.

Таким образом, система уравнений (27), форма (28) и ее частные случаи могут быть представлены как ромбоидальными номограммами, так и номограммами с ориентированным транспарантом, причем переход от одного типа номограмм к другому почти не требует никакой дополнительной работы по их кон-

струированию. Преимущество номограмм с ориентированным транспарантом по сравнению с ромбоидальными состоит в большей наглядности и равноправии при решении различных задач (искомой может быть любая из переменных).

Номограммами с ориентированным транспарантом могут быть представлены также система уравнений (25), форма (26) и ее частные случаи. Следовательно, эти зависимости допускают построение номограмм барицентрических, ромбоидальных и с ориентированным транспарантом. Преимущество последних в равноправности решения различных задач.

Важным частным случаем формы (30) является форма

$$\begin{aligned} f_{12} - f_{56} &= f_{34} - f_{78}, \\ g_{12} - g_{56} &= g_{34} - g_{78} = 0, \end{aligned} \quad (31)$$

изображающаяся *номограммой с одним поступательным перемещением транспаранта вдоль оси абсцисс*. Схема номограммы приведена на рис. 27. При пользовании номограммой прямая II

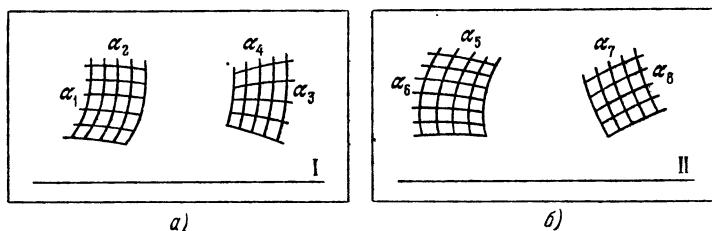


Рис. 27. Схема номограммы с одной степенью свободы перемещения транспаранта — поступательным перемещением вдоль оси абсцисс для системы уравнений (31): *а* — неподвижная плоскость; *б* — транспарант.

должна скользить по прямой I. К системе уравнений (31) приводится форма с шестью переменными

$$f_{12} + F(g_{12}, \alpha_5) = f_{34} + \Phi(g_{34}, \alpha_6).$$

В том случае, когда транспарант несет только шкалы, немеченные линии или фиксированные точки, его можно выполнить из непрозрачного материала, например, из бумаги того же сорта, который используется для неподвижной части номограммы. *Номограммами с непрозрачным ориентированным транспарантом* можно изобразить следующие системы уравнений, являющиеся частными случаями систем (30) и (27):

$$\begin{aligned} f_{12} - f_7 &= f_{34} - f_8 = f_{56} - f_9, \\ g_{12} - g_7 &= g_{34} - g_8 = g_{56} - g_9, \\ f_{12} - f_5 &= f_{34} - f_6, \\ g_{12} - g_5 &= g_{34} - g_6. \end{aligned} \quad (32)$$

Интересным частным случаем системы уравнений (32) является каноническая форма

$$f_{12} - f_5 = f_{13} - f_6 = f_{14} - f_7, \quad (33)$$

представимая номограммой с ориентированным транспарантом в виде линейки. К системе уравнений (33) приводится следующая зависимость с шестью переменными:

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 = 0. \quad (34)$$

Пример 13. На рис. 28 изображена номограмма с ориентированным транспарантом в виде линейки для определения α_6 по формуле

$$\alpha_6 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5, \quad (35)$$

являющейся частным случаем зависимости (34). Положение транспаранта на неподвижной плоскости соответствует решению

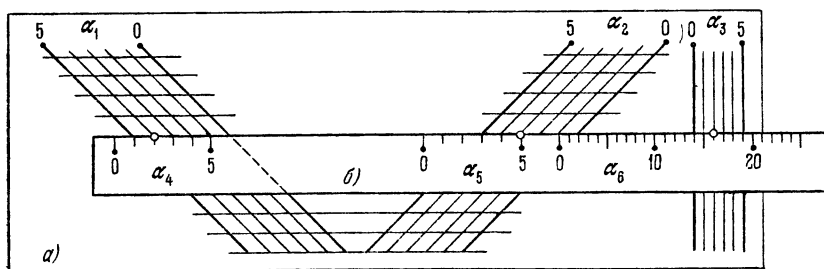


Рис. 28. Номограмма с ориентированным транспарантом в виде линейки для определения α_6 по формуле (35): *а* — неподвижная плоскость; *б* — транспарант.

числового примера (дано: $\alpha_1 = 4$, $\alpha_2 = 3$, $\alpha_3 = 2$, $\alpha_4 = 2$, $\alpha_5 = 5$; ответ $\alpha_6 = 16$).

Примерами номограмм с ориентированным транспарантом могут служить рассмотренные ранее номограммы рис. 12, 13 и приведенные ниже номограммы рис. 46, 47, 55 и 59.

§ 19. Общая транспарантная номограмма

Общей транспарантной номограммой, в которой транспарант имеет три степени свободы перемещения, можно представить систему уравнений

$$\begin{aligned} (f_{34} - f_{12})^2 + (g_{34} - g_{12})^2 &= (f_{11,12} - f_{9,10})^2 + (g_{11,12} - g_{9,10})^2, \\ (f_{56} - f_{12})^2 + (g_{56} - g_{12})^2 &= (f_{13,14} - f_{9,10})^2 + (g_{13,14} - g_{9,10})^2, \\ (f_{78} - f_{12})^2 + (g_{78} - g_{12})^2 &= (f_{15,16} - f_{9,10})^2 + (g_{15,16} - g_{9,10})^2, \\ (f_{56} - f_{34})^2 + (g_{56} - g_{34})^2 &= (f_{13,14} - f_{11,12})^2 + (g_{13,14} - g_{11,12})^2, \\ (f_{78} - f_{34})^2 + (g_{78} - g_{34})^2 &= (f_{15,16} - f_{11,12})^2 + (g_{15,16} - g_{11,12})^2. \end{aligned} \quad (36)$$

связывающую шестнадцать переменных. Схема номограммы приведена на рис. 29. Номограмма состоит из неподвижной плоскости и транспаранта, на которых вычерчены по четыре бинарных поля.

Способ пользования. Пусть требуется найти α_{10} , α_{12} , α_{14} , α_{15} и α_{16} по заданным значениям остальных величин. Отмечаем в бинарных полях неподвижной плоскости точки A , B , C и D , соответствующие заданным величинам. Накладываем транспарант на неподвижную плоскость и ищем такое его положение,

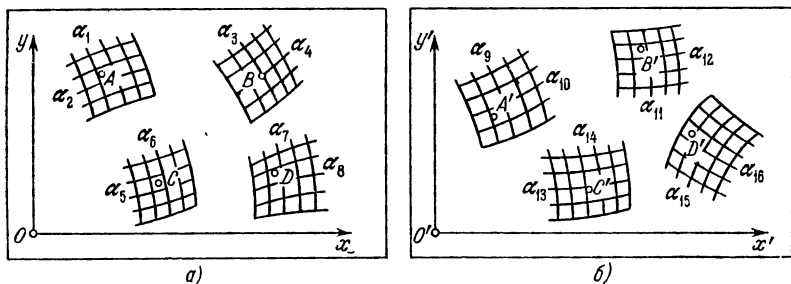


Рис. 29. Схема общей транспарантной номограммы для системы уравнений (36): а — неподвижная плоскость; б — транспарант.

при котором заданные линии α_9 , α_{11} и α_{13} будут проходить соответственно через точки A , B и C . Тогда в точках A' , B' , C' и D' транспаранта, совпавших с точками A , B , C и D , прочтем искомые ответы.

Ключ пользования номограммой можно записать так:

$$\begin{aligned} (\alpha_1, \alpha_2) &= |(\alpha_9, \alpha_{10}), & (\alpha_3, \alpha_4) &= |(\alpha_{11}, \alpha_{12}), \\ (\alpha_5, \alpha_6) &= |(\alpha_{13}, \alpha_{14}), & (\alpha_7, \alpha_8) &= |(\alpha_{15}, \alpha_{16}). \end{aligned}$$

Уравнения элементов номограммы получим, приняв в уравнениях (36) функции f за x и функции g за y . Из способа пользования номограммой следует, что фигура $ABDC$ равна фигуре $A'B'D'C'$. Поэтому $AB = A'B'$, $AC = A'C'$, $AD = A'D'$, $BC = B'C'$, $BD = B'D'$. Записав эти равенства в координатной форме и заменив в них x на f и y на g , получим систему уравнений (36).

Исключая из системы уравнений (36) четыре переменные по одной из каждого бинарного поля, получим одно соотношение с двенадцатью переменными. Записать это соотношение в явном виде нельзя. Схема номограммы этого соотношения определится рис. 29, если из чертежа изъять семейства линий исключенных переменных.

Номограммы с транспарантом общего вида почти не имеют практических приложений из-за специфичности изображаемой ими системы уравнений (36) и отсутствия возможностей для преобразования номограмм.

Практический интерес представляет частный случай номограммы рис. 29, когда поля (α_1, α_2) и (α_9, α_{10}) вырождаются в фиксированные точки, а поля (α_7, α_8) и $(\alpha_{15}, \alpha_{16})$ отсутствуют. В этом случае транспарант имеет лишь одну степень свободы перемещения относительно неподвижной плоскости — вращение около фиксированной точки. Получаем *номограмму с одним вращательным движением транспаранта*. Она изображает ту же систему уравнений (31) и ее частные случаи, что и номограмма с одним поступательным перемещением транспаранта вдоль оси абсцисс.

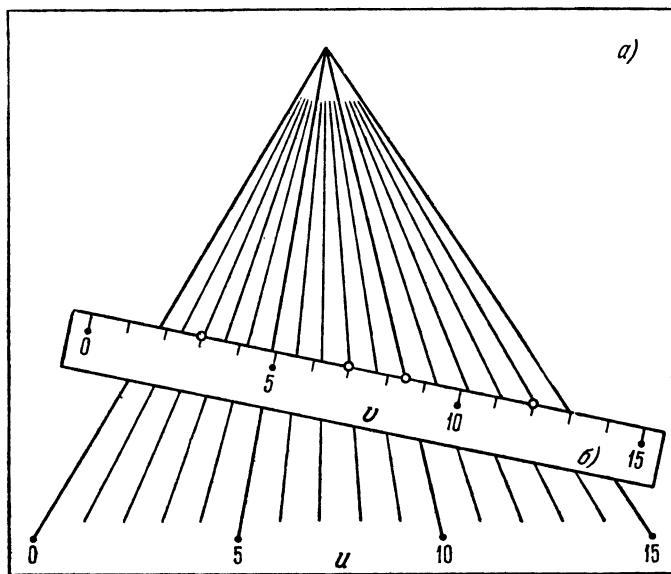


Рис. 30. Номограмма с транспарантом в виде линейки, имеющей три степени свободы перемещения, для определения v из уравнения (37): a — неподвижная плоскость; $б$ — транспарант.

Пример 14. На рис. 30 приведена номограмма с транспарантом в виде линейки, имеющей три степени свободы перемещения, для определения v из уравнения

$$\begin{vmatrix} u_1 v_1 & u_1 & v_1 & 1 \\ u_2 v_2 & u_2 & v_2 & 1 \\ u_3 v_3 & u_3 & v_3 & 1 \\ uv & u & v & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (37)$$

Номограмма уравнения (37) состоит из равномерного пучка прямых для переменных u_1, u_2, u_3, u и линейки с равномерной шкалой для переменных v_1, v_2, v_3, v . Для определения v по заданным значениям остальных величин нужно найти такое положение транспаранта на неподвижной плоскости, при котором точка v_1 ляжет на прямую u_1 , точка v_2 ляжет на прямую u_2 , точка v_3 ляжет на прямую u_3 . Тогда ответ v даст пометка точки на шкале v , через которую проходит заданная прямая u . Ключ пользования номограммой можно записать так:

$$u_1 | - | v_1, \quad u_2 | - | v_2, \quad u_3 | - | v_3, \quad u | - | v.$$

Положение транспаранта на неподвижной плоскости номограммы (рис. 30) соответствует решению числового примера (дано: $u_1 = 2, v_1 = 3, u_2 = 8, v_2 = 7, u_3 = 14, v_3 = 12, u = 10$; ответ $v = 8,5$).

ГЛАВА 4

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ НОМОГРАММ

§ 20. Общие соображения о методике построения номограмм различных типов

Для номографирования данной зависимости ее приводят тем или иным способом к номографируемому виду и записывают уравнения элементов номограммы в декартовой системе координат. В эти уравнения входят соответствующие функции из номографируемого соотношения и параметры преобразования, а иногда и произвольные функции, выбором которых стараются придать каждому элементу номограммы и всей номограмме в целом удобный для пользования вид. Чем больше произвольных параметров или произвольных функций удастся ввести в уравнения элементов номограммы, тем больше имеется возможностей сконструировать номограмму, отвечающую предъявляемым требованиям. Различные типы номограмм, а также их частные случаи имеют в этом отношении различные возможности.

Наиболее приспособляемыми являются сетчатые номограммы. Наименее приспособляемы номограммы с транспарантом общего вида. Для вычислительных целей очень удобны номограммы из выравненных точек, из равноудаленных точек, барицентрические и циркульные. Поэтому, если возможно, стремятся обойтись номограммами этих типов.

После назначения параметров преобразования и выбора произвольных функций рассчитывают таблицы координат отдельных элементов номограммы, а затем вычерчивают номограмму.

В номографии применяются и чисто графические приемы построения номограмм (без использования системы прямоугольных координат).

При построении номограмм возникает целый ряд трудностей.

Первая трудность связана с решением вопроса о целесообразности номографирования того или иного расчета в целом или отдельных частей его, с выбором пределов изменения перемен-

ных и установлением необходимой точности получения ответа. Здесь требуются, кроме знания номографии и ее возможностей, также и специальные знания в той области, для которой строятся номограммы.

Вторая трудность связана с приведением расчетных зависимостей к номографируемому виду. Иногда это совсем невозможно. Иногда, наоборот, это удастся сделать легко и разнообразными способами с использованием различных типов номограмм. Тогда встает задача выбора наиболее оптимального пути номографирования в зависимости от заданных условий. В сложных случаях приходится прибегать к номографированию частей формул, повторению переменных, замене отдельных частей формул приближенными выражениями, введению в номограмму отношений переменных и т. д.

И, наконец, третья трудность состоит в подборе параметров преобразования и произвольных функций, при которых номограмма примет вид, обеспечивающий наилучшие условия получения ответа, если номограмма строится для вычислительных целей, и наибольшую наглядность, если номограмма строится для исследования функциональной зависимости.

Следует всегда иметь в виду, что для номограмм характерна переменная точность получения ответа. В одних частях номограммы она может быть излишне высокой, а в других — низкой. Лишь в благоприятных случаях удастся получать номограммы, дающие ответ с постоянной относительной или абсолютной погрешностью. К счастью, такие случаи на практике встречаются довольно часто, так как в конкретных задачах бывают узкие пределы изменения переменных и сравнительно простые формулы. Могут встретиться и такие случаи, когда номограммы принципиально не могут обеспечить заданную точность вычислений, например, когда в номограммах из выравненных точек решающая прямая имеет малую базу или когда она почти касается носителя ответной криволинейной шкалы. Особенно трудно построить номограмму, дающую заданную точность, когда ответ находится в бинарном поле. Иногда удастся увеличить точность получения ответа, вводя в номограмму отношение или произведение переменных. Этот прием позволяет в некоторых случаях заменить бинарные поля шкалами. Для увеличения точности прибегают также к номографированию не всей формулы в целом, а отдельных ее частей. И, наконец, можно применять *разрезные номограммы*, дробя заданные пределы изменения переменных и строя для заданного уравнения серию номограмм.

Иногда возникают и значительные расчетные трудности при подсчете таблиц координат, необходимых для построения номограммы.

В настоящее время для автоматизации конструирования, расчета и построения номограмм начинают применяться ЭЦВМ и графопостроители (см. пятую главу).

Ниже рассмотрена методика построения основных типов номограмм.

§ 21. Методика построения номограмм из выравненных точек с двумя параллельными шкалами и полем

Рассмотрим методику построения номограмм из выравненных точек для формы

$$f_1 f_{34} + f_2 g_{34} + h_{34} = 0. \quad (38)$$

Ограничимся изучением лишь наиболее важного случая, когда носители прямолинейных шкал параллельны. Найдем сначала простейшие уравнения элементов номограммы зависимости (38). Для этого нужно привести ее к форме (17), а затем воспользоваться уравнениями (18).

Форма (38) приводится к форме (17) следующим образом:

$$\frac{H - 0}{f_2 - f_1} = \frac{\frac{H g_{34}}{f_{34} + g_{34}} - 0}{\frac{-h_{34}}{f_{34} + g_{34}} - f_1}, \quad (39)$$

где H — произвольный положительный параметр. Действительно, непосредственным вычислением убеждаемся, что зависимость (39) приводится к виду (38). Простейшие уравнения элементов номограммы запишутся так:

шкала α_1 :

$$x = 0, \quad y = f_1;$$

шкала α_2 :

$$x = H, \quad y = f_2;$$

поле (α_3, α_4) :

$$x = \frac{H g_{34}}{f_{34} + g_{34}}, \quad y = \frac{-h_{34}}{f_{34} + g_{34}}.$$

Рис. 31. Схема номограммы из выравненных точек с параллельными шкалами α_1 и α_2 и бинарным полем (α_3, α_4) для уравнения (38).

Схема номограммы приведена на рис. 31. Номограмма состоит из параллельных шкал α_1 и α_2 и бинарного поля (α_3, α_4) , связанных одним выравниванием.

Введем в уравнения элементов номограммы параметры m , n , a и b , причем будем считать, что $m > 0$ и $n > 0$. Для этого записываем уравнение (38) в равносильном виде

$$[m(f_1 - a)] \frac{f_{34}}{m} + [n(f_2 - b)] \frac{g_{34}}{n} + (a f_{34} + b g_{34} + h_{34}) = 0. \quad (40)$$

Уравнение (40) снова имеет вид формы (38). Поэтому новые уравнения элементов номограммы, содержащие параметры преобразования, запишутся так:

шкала α_1 :

$$x=0, \quad y=m(f_1-a); \quad (41)$$

шкала α_2 :

$$x=H, \quad y=n(f_2-b); \quad (42)$$

поле (α_3, α_4):

$$x = \frac{mHg_{34}}{nf_{34} + mg_{34}}, \quad y = \frac{-mn(af_{34} + bg_{34} + h_{34})}{nf_{34} + mg_{34}}. \quad (43)$$

Из уравнений (41)–(43) следует, что параметр H определяет расстояние между параллельными шкалами, параметры m и n определяют размеры шкал α_1 и α_2 , а параметры a и b — положение шкал по вертикали. Конструирование номограммы состоит в подборе значений параметров H, m, n, a и b . При подборе параметров стремятся к тому, чтобы все элементы номограммы находились в пределах чертежа и возможно полнее занимали его площадь. Обычно параметры m и n назначают так, чтобы шкалы α_1 и α_2 были приблизительно одинаковой длины. Параметры a и b дают возможность поместить любую точку шкалы α_1 и любую точку шкалы α_2 на оси Ox . Обычно в качестве этих точек выбирают нижние концы шкал или их середины.

При конструировании номограммы необходимо также рассмотреть случаи, когда в уравнениях (38) меняются знаки на обратные либо у функций f_1 и f_{34} , либо у функций f_2 и g_{34} . Возможность такой замены объясняется тем, что форму (38) можно записать еще двумя способами:

$$\begin{aligned} (-f_1)(-f_{34}) + f_2g_{34} + h_{34} &= 0, \\ f_1f_{34} + (-f_2)(-g_{34}) + h_{34} &= 0. \end{aligned}$$

Пример 15. Построим номограмму для определения величины u из уравнения (2):

$$u^{A-1} = B \frac{\ln(C-u)}{C-u-1}.$$

Пределы изменения переменных:

$$0,3 \leq A \leq 1; \quad 0,1 \leq B \leq 100; \quad 0,1 \leq C \leq 20; \quad 0,001 \leq u \leq 10.$$

Уравнение (2) после логарифмирования приводится к форме (38):

$$A \lg u - \lg B - \lg \frac{\ln(C-u)}{C-u-1} - \lg u = 0$$

Имеем

$$f_1 = A, \quad f_2 = \lg B, \quad f_{34} = \lg u, \quad g_{34} = -1, \\ h_{34} = -\lg \frac{\ln(C-u)}{C-u-1} - \lg u.$$

Приступаем к конструированию номограммы. Назначаем расстояние между параллельными шкалами $H = 250$ мм. Длину параллельных шкал также возьмем равной 250 мм. Вычисляем модули m и n :

$$m = \frac{250}{1-0,3} \approx 357 \text{ мм}, \quad n = \frac{250}{\lg 100 - \lg 0,1} \approx 83,3 \text{ мм}.$$

Принимаем $m = 360$ мм, $n = 80$ мм. Параметры a и b находим из условия расположения на оси абсцисс точки шкалы A с пометкой 0,5 и точки шкалы B с пометкой 1. Имеем уравнения

$$m(0,5 - a) = 0 \quad \text{и} \quad n(\lg 1 - b) = 0.$$

Из них получаем

$$a = 0,5 \quad \text{и} \quad b = 0.$$

Подставляя найденные значения функций и параметров в уравнения (41)–(43), получим следующие уравнения элементов номограммы:

шкала A :

$$x = 0, \quad y = 360(A - 0,5);$$

шкала B :

$$x = 250, \quad y = 80 \lg B;$$

поле (u, C) :

$$x = \frac{250}{1 - \frac{2}{9} \lg u}, \quad y = -\frac{80 \left[\lg \frac{\ln(C-u)}{C-u-1} + 0,5 \lg u \right]}{1 - \frac{2}{9} \lg u}.$$

С помощью этих уравнений рассчитываем, а затем строим номограмму. Она приведена на рис. 5 (см. § 3). При выбранных значениях параметров преобразования шкалы A и B номограммы получились приблизительно равнорастянутыми и расположенными друг против друга, поле (u, C) оказалось достаточно хорошо развитым, а ширина номограммы — приемлемой.

§ 22. Методика построения номограмм из выравненных точек с двумя параллельными и одной криволинейной шкалами

Полагая в уравнении (38) $f_{34} = f_3$, $g_{34} = g_3$ и $h_{34} = h_3$, получим формулу

$$f_1 f_3 + f_2 g_3 + h_3 = 0. \quad (44)$$

Схема ее номограммы приведена на рис. 32. Уравнения элементов номограммы:

шкала α_1 :

$$x = 0, \quad y = m(f_1 - a);$$

шкала α_2 :

$$x = H, \quad y = n(f_2 - b);$$

шкала α_3 :

$$x = \frac{mHg_3}{nf_3 + mg_3}, \quad y = \frac{-mn(af_3 + bg_3 + h_3)}{nf_3 + mg_3}.$$

Номограмма состоит из параллельных шкал α_1 и α_2 и криволинейной шкалы α_3 . При конструировании номограммы нужно учитывать возможность одновременного изменения знаков у функций f_1 и f_3 или у функций f_2 и g_3 .

Пример 16. Построим номограмму для определения величины u из уравнения (1):

$$Au + B(e^u - 1) - ue^u = 0.$$

Пределы изменения переменных: $0 \leq A \leq 3,5$; $0 \leq B \leq 6$; $0 \leq u \leq 6$. Уравнение (1) имеет вид формы (44). Найдим $f_1 = A$, $f_2 = B$, $f_3 = u$, $g_3 = e^u - 1$, $h_3 = -ue^u$.

Назначаем расстояние между параллельными шкалами $H = 150$ мм, а длину параллельных шкал берем 220 мм. Определяем модули m и n :

$$m = \frac{220}{3,5 - 0} \approx 63 \text{ мм}, \quad n = \frac{220}{6 - 0} \approx 36,7 \text{ мм}.$$

Принимаем $m = 65$ мм и $n = 37$ мм. Точки шкалы A и B с пометками 0 поместим на оси абсцисс. Для этого полагаем

$$a = 0, \quad b = 0.$$

Уравнения элементов номограммы запишутся так:

шкала A :

$$x = 0, \quad y = 65A;$$

шкала B :

$$x = 150, \quad y = 37B;$$

шкала u :

$$x = \frac{150 \cdot 65(e^u - 1)}{37u + 65(e^u - 1)}, \quad y = \frac{65 \cdot 37ue^u}{37u + 65(e^u - 1)}.$$

Номограмма, построенная по этим уравнениям, изображена на рис. 4 (см. § 3).

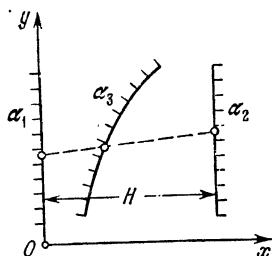


Рис. 32. Схема номограммы из выравненных точек с параллельными шкалами α_1 и α_2 и криволинейной шкалой α_3 для уравнения (44).

§ 23. Методика построения номограмм из выравненных точек с тремя параллельными шкалами

Полагая в уравнении (38) $f_{34} = 1$, $g_{34} = 1$ и $h_{34} = -f_3$, получим форму

$$f_1 + f_2 = f_3. \quad (45)$$

Схема номограммы приведена на рис. 33. Уравнения элементов номограммы:

шкала α_1 :

$$x = 0, \quad y = m(f_1 - a);$$

шкала α_2 :

$$x = H, \quad y = n(f_2 - b);$$

шкала α_3 :

$$x = \frac{mH}{m+n}, \quad y = \frac{mn}{m+n}(f_3 - a - b).$$

Из уравнений элементов номограммы видно, что шкалы α_1 , α_2 и α_3 параллельны. Расстояние между шкалами α_1 и α_2 равно H , а между шкалами α_1 и α_3 равно $\frac{mH}{m+n}$. Отсюда находим, что расстояние между шкалами α_3 и α_2 равно $H - \frac{mH}{m+n} = \frac{nH}{m+n}$. Записывая уравнение (45) в виде

$$f_1 + (-f_3) = (-f_2)$$

или в виде

$$f_2 + (-f_3) = (-f_1),$$

получим номограммы, в которых средними будут шкалы α_2 или α_1 .

Пример 17. Построим номограмму с параллельными шкалами для определения критической степени наполнения $\eta_{кр}$ в круглых трубах в зависимости от расхода Q и диаметра трубы d при коэффициенте неравномерности распределения скоростей, равном 1,1. Расчетная зависимость имеет вид

$$Q^2 = 4,46d^5 \frac{[0,25 \arccos(1 - 2\eta_{кр}) - (0,5 - \eta_{кр}) \sqrt{\eta_{кр}(1 - \eta_{кр})}]^3}{\sqrt{\eta_{кр}(1 - \eta_{кр})}}. \quad (46)$$

Примем следующие пределы изменения переменных:

$$0,5 \leq d \leq 2,5 \text{ м}, \quad 0,01 \leq Q \leq 20 \text{ м}^3/\text{сек}, \quad 0,1 \leq \eta_{кр} \leq 0,8.$$

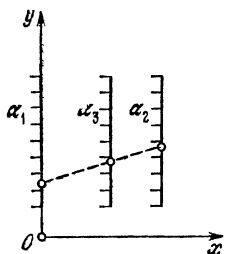


Рис. 33. Схема номограммы из выравненных точек с параллельными шкалами α_1 , α_2 и α_3 для уравнения (45).

Будем строить номограмму с крайними шкалами d и $\eta_{кр}$ и средней шкалой Q . В соответствии с выбранным расположением шкал приводим уравнение (46) к форме (45) следующим образом:

$$5 \lg d + \lg F(\eta_{кр}) = 2 \lg Q,$$

где для краткости обозначено

$$F(\eta_{кр}) = 4,46 \frac{[0,25 \arccos(1 - 2\eta_{кр}) - (0,5 - \eta_{кр}) \sqrt{\eta_{кр}(1 - \eta_{кр})}]^3}{\sqrt{\eta_{кр}(1 - \eta_{кр})}}.$$

Полагаем

$$f_1 = 5 \lg d, \quad f_2 = \lg F(\eta_{кр}), \quad f_3 = 2 \lg Q.$$

Функции f_1 , f_2 и f_3 являются возрастающими. Поэтому шкалы номограммы будут направлены вверх. Принимаем длину шкал d и $\eta_{кр}$ равной 220 мм. Вычисляем модули этих шкал m и n :

$$m = \frac{220}{5 \lg 2,5 - 5 \lg 0,5} \approx 62,7 \text{ мм},$$

$$n = \frac{220}{\lg F(0,8) - \lg F(0,1)} = \frac{220}{\lg 3,408 - \lg 0,001078} \approx 62,9 \text{ мм}.$$

Принимаем

$$m = n = 62,5 \text{ мм}.$$

Параметры a и b определяем из уравнений

$$m(5 \lg 0,5 - a) = 0 \quad \text{и} \quad n[\lg F(0,1) - b] = 0,$$

выражающих условия расположения точки шкалы d с пометкой 0,5 м и точки шкалы $\eta_{кр}$ с пометкой 0,1 на оси абсцисс. Находим

$$a = 5 \lg 0,5 = -1,505 \quad \text{и} \quad b = \lg F(0,1) = \lg 0,001078 = -2,967.$$

Принимаем расстояние H между шкалами d и $\eta_{кр}$ равным 160 мм. Уравнения элементов номограммы запишутся так:

шкала d :

$$x = 0, \quad y = 62,5(5 \lg d + 1,505);$$

шкала $\eta_{кр}$:

$$x = 160, \quad y = 62,5[\lg F(\eta_{кр}) + 2,967];$$

шкала Q :

$$x = \frac{62,5 \cdot 160}{62,5 + 62,5}, \quad y = \frac{62,5 \cdot 62,5}{62,5 + 62,5} (2 \lg Q + 1,505 + 2,967).$$

Номограмма, построенная по этим уравнениям, приведена на рис. 34. На номограмме штриховой прямой показано решение

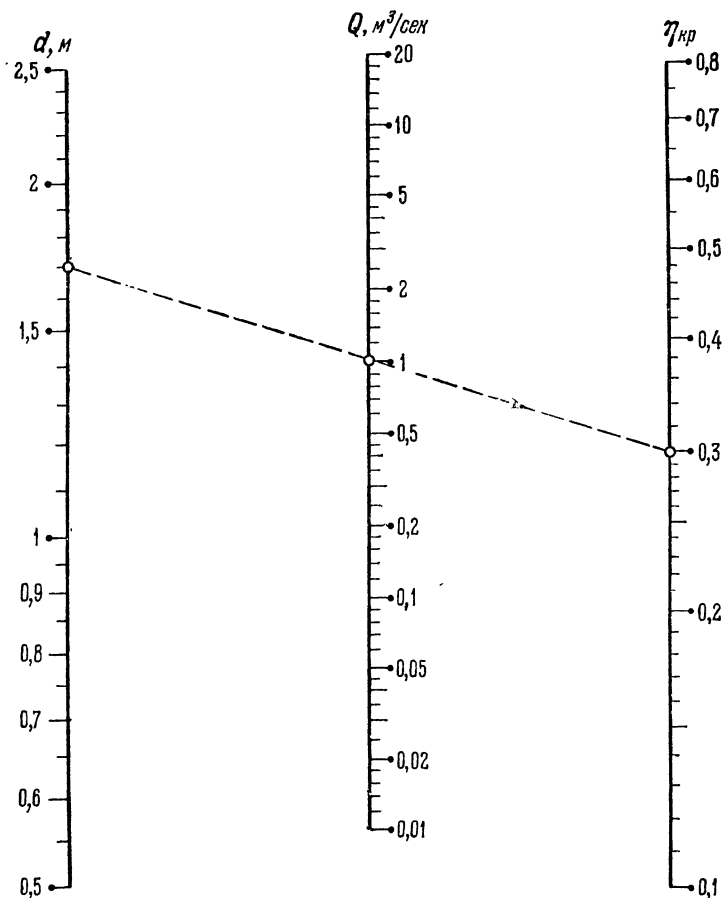


Рис. 34. Номограмма из выравненных точек с тремя параллельными шкалами для определения $\eta_{кр}$ из уравнения (46).

числового примера (дано: $d = 1,7$ м, $Q = 1$ м³/сек; ответ $\eta_{кр} = 0,3$).

§ 24. Методика построения номограмм из выравненных точек с двумя параллельными и одной прямолинейной наклонной шкалами

Полагая в уравнении (38) $f_{34} = 1$, $g_{34} = -f_3$ и $h_{34} = 0$, получим форму

$$f_1 = f_2 f_3. \quad (47)$$

Схема номограммы приведена на рис. 35. Уравнения элементов номограммы:

шкала α_1 :

$$x = 0, \quad y = m(f_1 - a);$$

шкала α_2 :

$$x = H, \quad y = n(f_2 - b);$$

шкала α_3 :

$$x = \frac{mHf_3}{mf_3 - n}, \quad y = \frac{mn(a - bf_3)}{mf_3 - n}.$$

Номограмма состоит из параллельных шкал α_1 и α_2 и прямолинейной наклонной шкалы α_3 . Аналогично предыдущему, при выборе варианта номограммы следует иметь в виду запись уравнения (47) в виде

$$(-f_1) = f_2(-f_3)$$

или в виде

$$f_1 = (-f_2)(-f_3).$$

Отсюда следует, что в уравнениях элементов номограммы можно одновременно изменить знаки на обратные у функций f_1 и f_3 или у функций f_2 и f_3 .

Пример 18. Построим номограмму [2] для определения v по формуле

$$v = \sqrt{3,6} z^{A-0,5} \quad (48)$$

в следующих пределах изменения переменных:

$$0,3 \leq A \leq 1; \quad 0,01 \leq z \leq 15; \quad 0,15 \leq v \leq 6.$$

Приводим уравнение (48) к форме (47):

$$\lg z = (-\lg v + \lg \sqrt{3,6}) \frac{1}{-A + 0,5}$$

и полагаем

$$f_1 = \lg z, \quad f_2 = -\lg v + \lg \sqrt{3,6}, \quad f_3 = \frac{1}{-A + 0,5}.$$

При таком выборе функций f_1 и f_2 параллельные шкалы z и v будут направлены соответственно вверх и вниз. Назначаем $H = 70$ мм. Длины шкал z и v сделаем приблизительно равными 125 мм. Находим модули m и n :

$$m = \frac{125}{\lg 15 - \lg 0,01} \approx 39,3 \text{ мм}, \quad n = \frac{125}{\lg 6 - \lg 0,15} \approx 78 \text{ мм}.$$

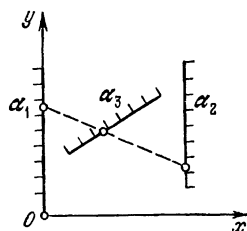


Рис. 35. Схема номограммы из выравненных точек с параллельными шкалами α_1 и α_2 и прямолинейной наклонной шкалой α_3 для уравнения (47).

Принимаем

$$m = 37,5 \text{ мм} \text{ и } n = 75 \text{ мм}.$$

Параметры a и b определяем из условия расположения точки

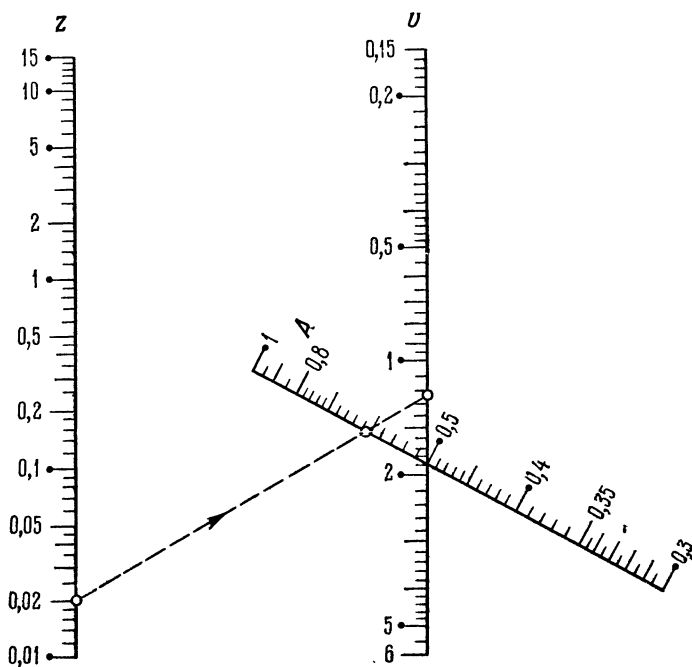


Рис. 36. Номограмма из выравненных точек с параллельными шкалами v и z и наклонной прямолинейной шкалой A для формулы (48).

шкалы z с пометкой 0,01 и точки шкалы v с пометкой 6 на оси абсцисс. Получаем уравнения

$$m(\lg 0,01 - a) = 0 \text{ и } n(-\lg 6 + \lg \sqrt{3,6} - b) = 0.$$

Из них находим

$$a = -2 \text{ и } b = -0,5.$$

Уравнения шкал номограммы запишутся так:

шкала z :

$$x = 0, \quad y = 37,5(\lg z + 2);$$

шкала v :

$$x = 70, \quad y = 75(-\lg v + 0,778);$$

шкала A :

$$x = \frac{35}{A}, \quad y = \frac{37,5(2A - 0,5)}{A}.$$

Номограмма, построенная по этим уравнениям с помощью ЭЦВМ и графопостроителя (см. пример 36), приведена на рис. 36. На номограмме штриховой прямой показано решение числового примера (дано: $z = 0,02$; $A = 0,61$; ответ $v = 1,24$).

§ 25. Методика построения составных номограмм из выравненных точек

На практике часто встречаются составные номограммы из выравненных точек, образованные из элементарных номограмм уравнений вида (38) и его частных случаев — уравнений (44), (45) и (47). Для построения таких номограмм заданное уравнение путем введения вспомогательных переменных I, II, III и т. д. пытаются разбить на систему уравнений, состоящую из уравнений типа (38), (44), (45), (47), представимых элементарными номограммами с равномерными параллельными шкалами вспомогательных переменных. Объединяя эти номограммы в одну так, чтобы шкалы одинаковых вспомогательных переменных совпадали, получают составную номограмму. Шкалы вспомогательных переменных I, II, III и т. д. обычно оставляют *немыми*, т. е. не градуируют. Если некоторые из вспомогательных переменных имеют физический смысл, то соответствующие им шкалы делают градуированными.

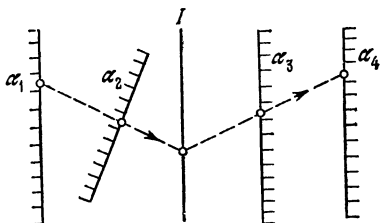


Рис. 37. Схема составной шкальной номограммы из выравненных точек для уравнения $f_1 f_2 = f_3 + f_4$.

Приведем несколько типичных канонических форм, представленных составными номограммами рассматриваемого типа:

$$\begin{aligned} f_1 f_{23} + g_{23} &= f_4 f_{56} + g_{56}, & f_1 f_{23} + g_{23} &= f_4 + f_5, \\ f_1 f_2 + g_2 &= f_3 f_4 + g_4, & f_1 f_2 + g_2 &= f_3 + f_4, \\ f_1 + f_2 &= f_3 + f_4, & f_1 f_2 &= f_3 + f_4. \end{aligned}$$

Покажем, например, как номографируется последняя форма. Вводим вспомогательную переменную I:

$$f_1 f_2 = f_3 + f_4 = I.$$

Полученные два уравнения приводим соответственно к формам (47) и (45) так:

$$f_1 = I \cdot \frac{1}{f_2}, \quad I + (-f_4) = f_3.$$

Первое из уравнений можно представить номограммой с параллельными шкалами α_1 и I и наклонной прямолинейной

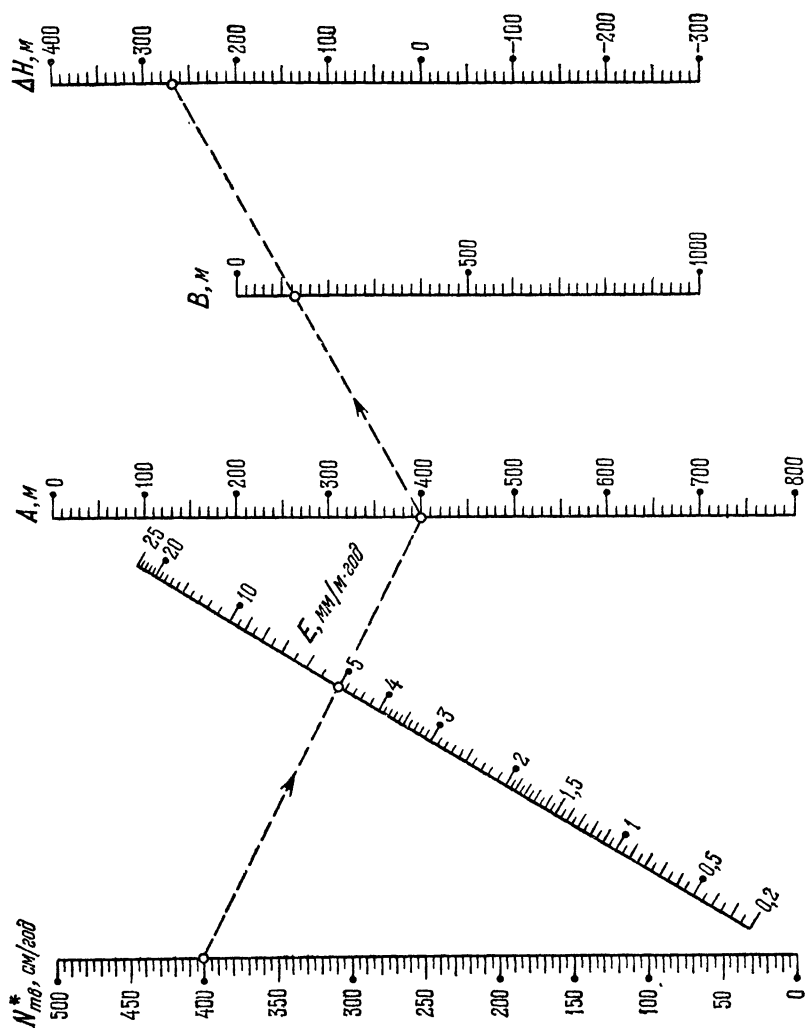


Рис. 38. Составная шкальная номограмма из выраженных точек для определения A и ΔH по формулам (49),

шкалой α_2 , второе — номограммой с тремя параллельными шкалами I, α_3 и α_4 . Шкалу I в этих номограммах можно сделать общей. Тогда получим составную номограмму, схема которой изображена на рис. 37. Аналогично номографируются и остальные формы.

Пример 19. На рис. 38 приведена составная номограмма из выравненных точек из работы [4] для определения A и ΔH по формулам

$$A = \frac{5N^*}{E}, \quad \Delta H = A - B, \quad (49)$$

построенная в следующих пределах изменения переменных: $0 \leq N^* \leq 500$ см/год, $0,2 \leq E \leq 25$ мм/м·год, $0 \leq A \leq 800$ м, $0 \leq B \leq 1000$ м, $-300 \leq \Delta H \leq 400$ м. В данном случае общая шкала переменной A сделана градуированной. Формулы (49) были приведены к формам (47) и (45) так:

$$N^* = -A(-E/5), \quad -A + \Delta H = -B.$$

Уравнения элементов номограммы для формул (49) имеют вид шкала N^* :

$$x = 0, \quad y = 0,4N^*;$$

шкала E :

$$x = \frac{48E}{1,25 + 0,4E}, \quad y = \frac{80E}{1,25 + 0,4E};$$

шкала A :

$$x = 120, \quad y = 0,25(-A + 800);$$

шкала B :

$$x = 180, \quad y = 0,125(-B + 1200);$$

шкала ΔH :

$$x = 240, \quad y = 0,25(\Delta H + 400).$$

На номограмме штриховой ломаной показано решение числового примера (дано: $N^* = 400$ см/год, $E = 5$ мм/м·год, $B = 130$ м; ответы: $A = 400$ м, $\Delta H = 270$ м).

Номограмма рис. 38 была построена по уравнениям ее элементов с помощью ЭЦВМ и графопостроителя (см. пятую главу).

§ 26. Методика построения номограмм из выравненных точек для произведения степенных функций

В номографии разработан ряд способов быстрого построения номограмм для некоторых специальных типов функциональных зависимостей. Рассмотрим один из таких способов. Он основан

на применении для построения номограмм особой функциональной бумаги, называемой *основными номограммами*. Имея ее, можно за несколько минут построить номограмму из выравненных точек для определения величины v по формуле

$$v = v_0 u_1^{b_1} u_2^{b_2} \dots u_n^{b_n}, \quad (50)$$

в которой v, u_1, u_2, \dots, u_n — переменные величины; $v_0, b_1, b_2, \dots, b_n$ — константы.

На рис. 39 приведена в качестве примера номограмма формулы

$$v = 2,5 u_1^{0,6} u_2^{0,3} u_3^{-0,9}, \quad (51)$$

построенная на основной номограмме. Все построение свелось к нанесению фиксированной точки A , проведению трех немых параллельных шкал (u_1) , (u_2) и (u_3) и оформлению надписей наименований переменных. На номограмме штриховыми прямыми показано решение числового примера (дано: $u_1 = 0,04$; $u_2 = 0,7$; $u_3 = 0,05$; ответ $v = 4,8$). Из него видно, что задача решается с помощью проведения четырех разрешающих прямых, причем первая и последняя разрешающие прямые проходят через фиксированные точки — точку A на левой шкале и точку с пометкой 1 на шкалах u_1, u_2 и u_3 .

Основная номограмма состоит из двух рабочих шкал — левой и правой, причем последняя проградирована с двух сторон. Кроме этого, за нижней и верхней рамками номограммы нанесены две одинаковые вспомогательные шкалы для последовательных сумм абсолютных величин показателей степеней $\Sigma |b|$ в формуле (50). Эти шкалы служат для построения немых шкал и после изготовления номограммы отрезаются. Левая шкала предназначена для ответной величины v . Кроме того, на ней наносится фиксированная точка A по ее пометке, равной значению коэффициента v_0 . Правая шкала предназначена для оснований степени, причем левая градуировка ее служит для оснований с отрицательными показателями степени, а правая — для оснований с положительными показателями степени.

Построение немых шкал выполняется следующим образом.

Сначала устанавливается их порядок, например, $(u_1), (u_2), \dots, (u_n)$ и в соответствии с установленным порядком вычисляются суммы абсолютных величин показателей степеней, т. е. составляется ряд $|b_1|, |b_1| + |b_2|, |b_1| + |b_2| + |b_3|, \dots, |b_1| + |b_2| + |b_3| + \dots + |b_n|$. Затем через точки шкал $\Sigma |b|$ с пометками этого ряда проводятся прямолинейные немые шкалы $(u_1), (u_2), \dots, (u_n)$. Так, например, для построения немой шкалы (u_1) проводится прямая через точки шкал $\Sigma |b|$ с пометкой $|b_1|$.

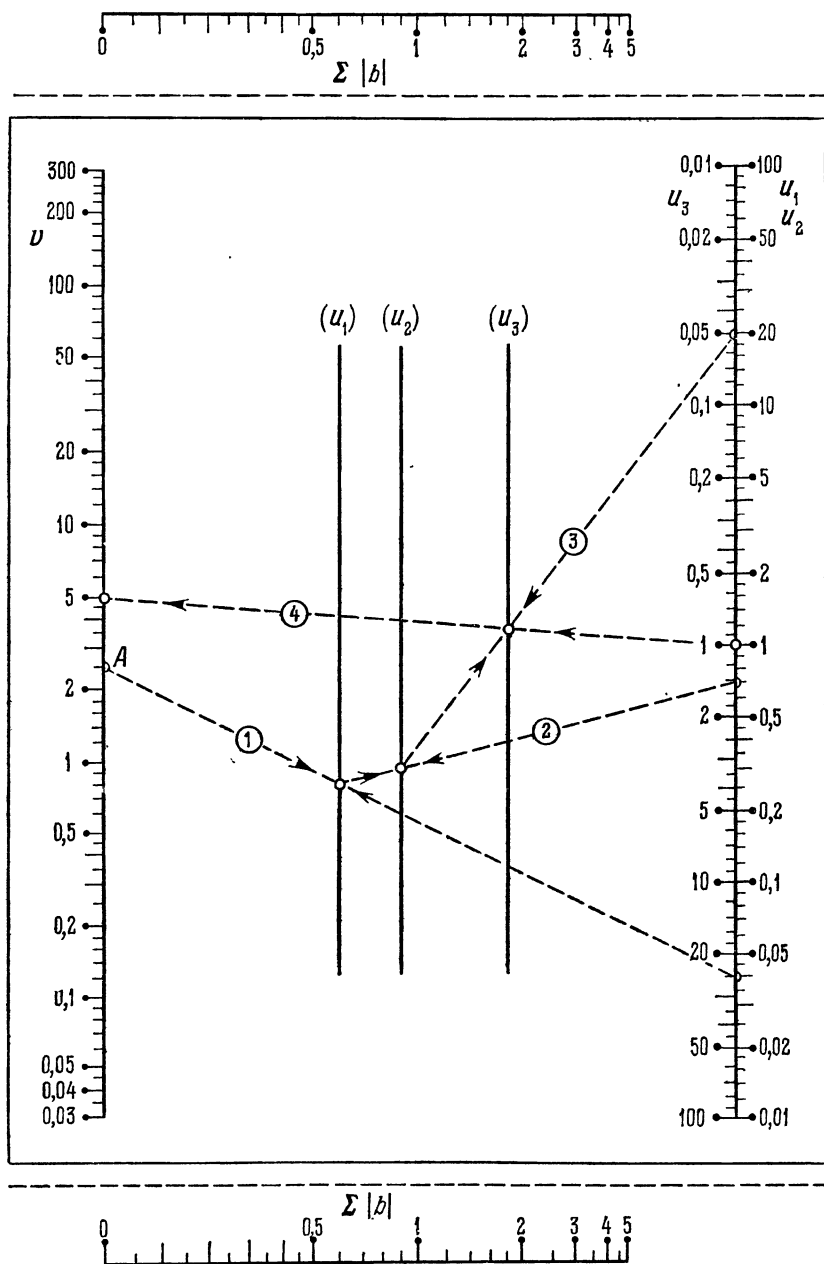


Рис. 39. Номограмма формулы (51), построенная на основной номограмме.

В номограмме формулы (51) немые шкалы (u_1) , (u_2) , (u_3) были построены с помощью ряда $|b_1| = 0,6$; $|b_1| + |b_2| = 0,9$; $|b_1| + |b_2| + |b_3| = 1,8$. Точка A была построена по ее пометке 2,5.

Основную номограмму (рис. 39) можно использовать для построения на ней номограмм формул типа (50), если $|b_1| + |b_2| + |b_3| + \dots + |b_n| \leq 5$; $0,03 \leq v$, $v_0 \leq 300$; $0,01 \leq u_1, u_2 \dots$, $u_n \leq 100$.

Уравнения элементов основной номограммы записываются так:

ответная шкала v :

$$x = 0, \quad y = m \lg \frac{v}{v_1};$$

левая шкала оснований u :

$$x = H, \quad y = -n \lg u;$$

правая шкала оснований u :

$$x = H, \quad y = n \lg u;$$

шкалы $\Sigma |b|$:

$$x = H \frac{m \Sigma |b|}{m \Sigma |b| + n}, \quad y = \text{const},$$

Здесь m , n , H и v_1 — параметры преобразования.

Носителями шкал $\Sigma |b|$ служат горизонтальные прямые, которые вычерчиваются за нижней и верхней рамками номограммы. Основная номограмма, приведенная на рис. 39, построена при $H = 200$ мм, $m = 75$ мм, $n = 75$ мм, $v_1 = 3$. Пользуясь приведенными уравнениями, можно построить основные номограммы для различных пределов изменения переменных.

Более подробно метод основных номограмм изложен в брошюре [10], где приведены два типа рабочих основных номограмм, отличающихся пределами изменения переменных. Там же показано; как с помощью основных номограмм можно подобрать параметры v_0 , b_1 , b_2 , ..., b_n в эмпирических формулах типа (50) по опытным данным. Обосновать метод основных номограмм можно с помощью номограмм из выравненных точек с параллельными шкалами [11].

§ 27. Методика построения приспособляемых номограмм из равноудаленных точек

Рассмотрим теперь методику построения приспособляемых номограмм из равноудаленных точек для зависимости с пятью переменными

$$f_{12} = f_{34} + f_{35}. \quad (52)$$

Приведем уравнение (52) к форме (22), введя произвольные функции T_3 и T_{12} . Для этого сначала перепишем уравнение (52) в виде

$$f_{34} - 0,5f_{12} = -(f_{35} - 0,5f_{12}).$$

Далее возводим обе части равенства в квадрат и прибавляем слева и справа член $(T_3 - T_{12})^2$:

$$(f_{34} - 0,5f_{12})^2 + (T_3 - T_{12})^2 = (f_{35} - 0,5f_{12})^2 + (T_3 - T_{12})^2.$$

Полученное уравнение имеет вид формы (22). Отсюда находим простейшие уравнения элементов номограммы:

поле центров (α_1, α_2) :

$$x = 0,5f_{12}, \quad y = T_{12};$$

поле засечек (α_3, α_4) :

$$x = f_{34}, \quad y = T_3;$$

поле засечек (α_3, α_5) :

$$x = f_{35}, \quad y = T_3.$$

Схема номограммы приведена на рис. 40. Номограмма состоит из поля центров (α_1, α_2) и двух полей засечек (α_3, α_4) и (α_3, α_5) . Искомыми переменными могут быть либо α_4 , либо α_5 . Схема пользования номограммой ясна из рис. 40.

Введем в уравнения элементов номограммы параметры a_0, a, m и произвольную функцию R_3 . Сначала прибавляем и отнимаем в правой части уравнения (52) произвольную функцию R_3 :

$$f_{12} = (f_{34} + R_3) + (f_{35} - R_3).$$

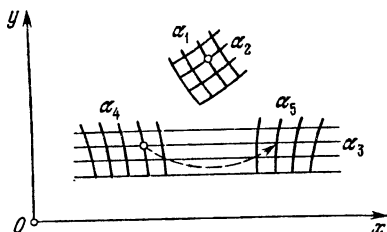


Рис. 40. Схема приспособляемой номограммы из равноудаленных точек для формы (52).

Умножаем обе части полученного уравнения на $2m$:

$$2mf_{12} = 2m(f_{34} + R_3) + 2m(f_{35} - R_3).$$

Прибавляем к левой части уравнения $2a_0$, а к правой $(a_0 - a) + (a_0 + a)$:

$$[2a_0 + 2mf_{12}] = [a_0 - a + 2m(f_{34} + R_3)] + [a_0 + a + 2m(f_{35} - R_3)].$$

Полученное уравнение снова имеет вид уравнения (52). Поэтому новые уравнения элементов номограммы запишутся так:

поле центров (α_1, α_2) :

$$x = a_0 + mf_{12}, \quad y = T_{12};$$

поле засечек (α_3, α_4) :

$$x = a_0 - a + 2m(f_{34} + R_3), \quad y = T_3;$$

поле засечек (α_3, α_5) :

$$x = a_0 + a + 2m(f_{35} - R_3), \quad y = T_3.$$

Проектирование номограммы состоит в подборе трех параметров a_0 , a , m и трех произвольных функций T_3 , R_3 , T_{12} .

Параметр a_0 определяет положение оси Oy на чертеже. Значение параметра a_0 выбирают так, чтобы ось Oy проходила вблизи левого края чертежа.

Параметр a позволяет смещать друг относительно друга семейства линий α_4 и α_5 в направлении оси абсцисс, при этом поле (α_1, α_2) остается неподвижным. Обычно этот параметр назначают таким, чтобы семейства линий α_4 и α_5 не пересекали друг друга и располагались компактно.

Параметр m позволяет сжимать или растягивать поля номограммы в направлении оси абсцисс. Его выбирают так, чтобы при заданных пределах изменения переменных и выбранном значении параметра a номограмма поместилась в заданную рамку чертежа.

Произвольная функция T_3 определяет закон распределения горизонтальных прямых α_3 . В простейшем случае можно положить

$$T_3 = b' + n'\alpha_3,$$

где b' и n' — параметры.

Произвольная функция R_3 дает возможность преобразовывать семейства линий α_4 и α_5 . Если, например, положить

$$R_3 = -f_{34}(\alpha_3, \alpha_4^0) + \delta T_3,$$

где α_4^0 — фиксированное значение переменной α_4 , а δ — параметр, то линия $\alpha_4 = \alpha_4^0$ будет прямой, наклон которой к горизонтальным прямым α_3 будет зависеть от значения параметра δ . Его выбирают так, чтобы по возможности уменьшить косые пересечения семейств линий α_4 и α_5 с горизонтальными прямыми α_3 .

Произвольная функция T_{12} дает возможность преобразовывать поле (α_1, α_2) по вертикали. В простейшем случае можно, например, положить

$$T_{12} = b'' + n''\alpha_1,$$

где b'' и n'' — параметры. Тогда семейство линий α_1 в поле

(α_1, α_2) будет семейством горизонтальных прямых. Когда $f_{12} = f_1 + f_2$, можно принять

$$T_{12} = b'' + m(f_1 - f_2).$$

Тогда поле (α_1, α_2) будет ортогональной прямолинейной сеткой.

Пример 20. Построим номограмму из равноудаленных точек для определения α_5 по формуле

$$\alpha_5 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4. \quad (53)$$

Пределы изменения переменных: $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \leq 5$; $0 \leq \alpha_5 \leq 20$. Уравнение (53) приводится к форме (52) следующим образом:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = (-\alpha_3 - \alpha_4) + \alpha_5.$$

Имеем $f_{12} = \alpha_1 + \alpha_2$, $f_{34} = -\alpha_3 - \alpha_4$, $f_{35} = \alpha_5$. Принимаем следующие значения параметров и произвольных функций: $a_0 = 0$, $m = 2,5$ мм, $a = 15$ мм, $R_3 = 0,5\alpha_3$, $T_{12} = 45 + 2,5 \times (\alpha_1 - \alpha_2)$, $T_3 = 5\alpha_3$. Воспользовавшись приведенными выше уравнениями, рассчитываем, а затем строим номограмму зависимости (53).

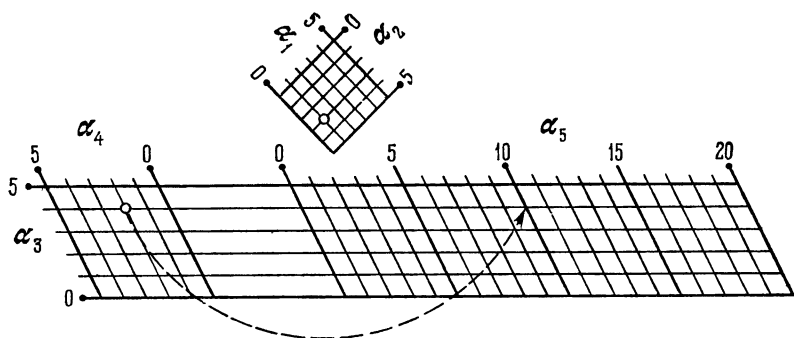


Рис. 41. Приспособляемая номограмма из равноудаленных точек для определения α_5 по формуле (53).

Она приведена на рис. 41. Поле (α_1, α_2) номограммы представляет собой прямоугольную равномерную сетку, а оба семейства параллельных прямых α_4 и α_5 имеют одинаковый наклон к прямым α_3 . Этого удалось достигнуть благодаря удачному выбору произвольных функций и параметров преобразования.

Другим примером номограммы из равноудаленных точек для зависимости, приводящейся к форме (52), может служить номограмма рис. 48, рассмотренная в пятой главе.

Более подробно приспособляемые номограммы из равноудаленных точек разобраны в статье [3].

§ 28. Методика построения приспособляемых циркульных номограмм

Рассмотрим методику построения приспособляемых циркульных номограмм для зависимостей с шестью переменными

$$f_{12} + f_{13} = f_{45} + f_{46} \quad (54)$$

и

$$f_1 + f_2 + f_3 = f_4 + f_5 + f_6. \quad (55)$$

Номографирование зависимости (54). Приведем уравнение (54) к форме (20), введя произвольные функции T_1 и T_4 :

$$(-f_{13} - f_{12})^2 + (T_1 - T_1)^2 = (-f_{46} - f_{45})^2 + (T_4 - T_4)^2.$$

Простейшие уравнения элементов номограммы в системе координат xOy запишутся так:

поле (α_1, α_2) :

$$x = f_{12}, \quad y = T_1;$$

поле (α_1, α_3) :

$$x = -f_{13}, \quad y = T_1;$$

поле (α_4, α_5) :

$$x = f_{45}, \quad y = T_4;$$

поле (α_4, α_6) :

$$x = -f_{46}, \quad y = T_4.$$

Схема номограммы приведена на рис. 42.

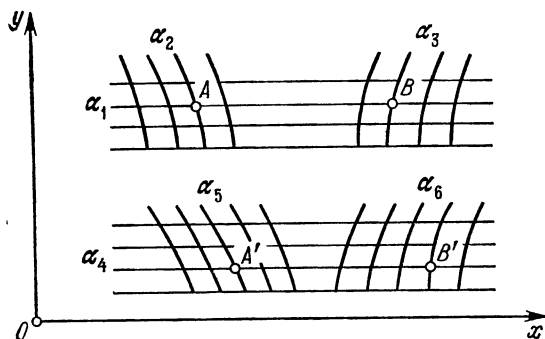


Рис. 42. Схема приспособляемой циркульной номограммы для формы (54).

Особенностью номограммы является повторение переменных α_1 и α_4 , которые представлены двумя произвольными семействами прямых, параллельных оси Ox .

Способ пользования. Пусть требуется определить α_6 по заданным значениям остальных величин. Отмечаем в бинарных полях точки A , B и A' , отвечающие заданным значениям переменных. Измеряем циркулем расстояние AB . Оставляя неизменным найденный раствор циркуля, помещаем одну из его ножек в точку A' , а другую — на заданную прямую α_4 в точку B' , где читаем ответ α_6 . Так как $AB = A'B'$ и, кроме того, $AB \parallel A'B'$, фигура $ABB'A'$ — параллелограмм. Поэтому $AA' = BB'$ и $AA' \parallel BB'$. Отсюда вытекают еще два способа пользования номограммой.

Один из этих способов основан на равенстве $AA' = BB'$. Ставим ножки циркуля в точки A и A' . Далее, не меняя полученного раствора циркуля, переносим одну из его ножек в точку B и делаем засечку заданной прямой α_4 в точке B' , где и читаем ответ α_6 .

Другой способ пользования основан на параллельности прямых AA' и BB' . Из точки B проводим прямую, параллельную прямой AA' , до пересечения с заданной прямой α_4 в точке B' , где и читаем ответ α_6 . Таким образом, номограмма рис. 42 является одновременно и номограммой с параллельным индексом.

Введем в уравнения элементов номограммы параметры преобразования и произвольные функции. Преобразуем уравнение (54) к виду

$$[a_0 + m(f_{12} + R_1)] + [-a_0 - a + m(f_{13} - R_1)] = \\ = [a_0 + a' + m(f_{45} + R_4)] + [-a_0 - a' - a + m(f_{46} - R_4)],$$

где a_0 , a , a' , m — параметры преобразования; R_1 и R_4 — произвольные функции. Полученное уравнение снова имеет вид уравнения (54), но содержит другие функции. Поэтому новые уравнения элементов номограммы, содержащие параметры преобразования и произвольные функции, запишутся так:

поле (α_1, α_2) :

$$x = a_0 + m(f_{12} + R_1), \quad y = T_1;$$

поле (α_1, α_3) :

$$x = a_0 + a + m(-f_{13} + R_1), \quad y = T_1;$$

поле (α_4, α_5) :

$$x = a_0 + a' + m(f_{45} + R_4), \quad y = T_4;$$

поле (α_4, α_6) :

$$x = a_0 + a' + a + m(-f_{46} + R_4), \quad y = T_4.$$

Проектирование номограммы состоит в подборе четырех параметров a_0 , a' , a , m и четырех произвольных функций T_1 , R_1 , T_4 ,

R_4 . Параметр a_0 определяет положение начала координат. Параметры a и a' позволяют смещать в направлении оси Ox семейства линий α_3 и α_5 . После назначения параметров a_0 , a и a' определяется положение ответного семейства линий α_6 . Параметр m позволяет сжимать или растягивать семейства линий α_2 , α_3 , α_5 и α_6 в направлении оси Ox .

Произвольные функции T_1 и T_4 характеризуют законы распределения параллельных прямых α_1 и α_4 . В простейшем случае можно взять равномерные семейства параллельных прямых α_1 и α_4 , положив

$$T_1 = b_0 + b + n\alpha_1, \quad T_4 = b_0 + p\alpha_4,$$

где b_0 , b , n и p — параметры.

Надлежащим выбором функций R_1 и R_4 можно придать семействам линий α_2 , α_3 , α_5 и α_6 более компактный вид. В простейшем случае можно положить $R_1 = 0$ и $R_4 = 0$.

Если же положить

$$R_1 = -f_{12}(\alpha_1, \alpha_2^0) + \delta_1 T_1$$

и

$$R_4 = -f_{45}(\alpha_4, \alpha_5^0) + \delta_4 T_4,$$

где α_2^0 и α_5^0 — фиксированные значения переменных α_2 и α_5 , δ_1 и δ_4 — параметры, то линии $\alpha_2 = \alpha_2^0$ и $\alpha_5 = \alpha_5^0$ будут прямыми, наклон которых к горизонтальным прямым α_1 и α_4 будет зависеть соответственно от параметров δ_1 и δ_4 . Параметры δ_1 и δ_4 подбираются так, чтобы семейства линий α_2 и α_3 , α_5 и α_6 давали наименее косые пересечения с горизонтальными прямыми α_1 и α_4 .

Номографирование зависимости (55). Уравнение (55) является частным случаем уравнения (54). К виду формы (54) уравнение (55) можно привести различными способами. Если предположить, что горизонтальными семействами параллельных прямых представлены переменные α_1 и α_4 , то приведение к форме (54) выполняется так:

$$(f_1 + f_2) + f_3 = (f_4 + f_5) + f_6.$$

Имеем

$$f_{12} = f_1 + f_2, \quad f_{13} = f_3, \quad f_{45} = f_4 + f_5, \quad f_{46} = f_6.$$

Назначаем произвольные функции: $T_1 = b_0 + b + nf_1$, $T_4 = b_0 + pf_4$, $R_1 = \delta_1 f_1$, $R_4 = \delta_4 f_4$. Здесь b_0 , b , n , p , δ_1 и δ_4 — параметры. Уравнения элементов номограммы запишутся так:

поле (α_1, α_2) :

$$x = a_0 + m(f_1 + f_2 + \delta_1 f_1), \quad y = b_0 + b + nf_1;$$

поле (α_1, α_3) :

$$x = a_0 + a + m(-f_3 + \delta_1 f_1), \quad y = b_0 + b + nf_1;$$

поле (α_4, α_5) :

$$x = a_0 + a' + m(f_4 + f_5 + \delta_4 f_4), \quad y = b_0 + p f_4;$$

поле (α_4, α_6) :

$$x = a_0 + a' + a + m(-f_6 + \delta_4 f_4), \quad y = b_0 + p f_4.$$

Из уравнений элементов номограммы видно, что все переменные представлены различными семействами параллельных прямых. Если взять $\delta_1 = -0,5$ и $\delta_4 = -0,5$, то прямые α_2 и α_3 всегда будут пересекать горизонтальные прямые α_1 под равными углами; точно так же и прямые α_5 и α_6 будут пересекать горизонтальные прямые α_4 под одинаковыми углами. Окончательные уравнения элементов номограммы таковы:

поле (α_1, α_2) :

$$x = a_0 + m(0,5f_1 + f_2), \quad y = b_0 + b + n f_1;$$

поле (α_1, α_3) :

$$x = a_0 + a + m(-0,5f_1 - f_3), \quad y = b_0 + b + n f_1;$$

поле (α_4, α_5) :

$$x = a_0 + a' + m(0,5f_4 + f_5), \quad y = b_0 + p f_4;$$

поле (α_4, α_6) :

$$x = a_0 + a' + a + m(-0,5f_4 - f_6), \quad y = b_0 + p f_4.$$

Проектирование номограммы состоит в подборе параметров $a_0, a, a', m, b_0, b, n, p$.

Пример 21. Построим приспособляемую циркульную номограмму для определения α_6 по формуле

$$\alpha_6 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5. \quad (56)$$

Пределы изменения переменных:

$$0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5 \leq 5, \quad 0 \leq \alpha_6 \leq 25.$$

Приводим зависимость (56) к виду (55):

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = -\alpha_4 - \alpha_5 + \alpha_6.$$

Полагаем

$$f_1 = \alpha_1, \quad f_2 = \alpha_2, \quad f_3 = \alpha_3, \quad f_4 = -\alpha_4, \quad f_5 = -\alpha_5, \quad f_6 = \alpha_6.$$

Номограмма, построенная по приведенным выше уравнениям при значениях параметров $m = n = 5$ мм, $p = -5$ мм, $a =$

$= 110$ мм, $a' = 10$ мм, $b = 40$ мм, $a_0 = 0$, $b_0 = 0$, приведена на рис. 43. На номограмме точки A , B , A' и B' соответствуют

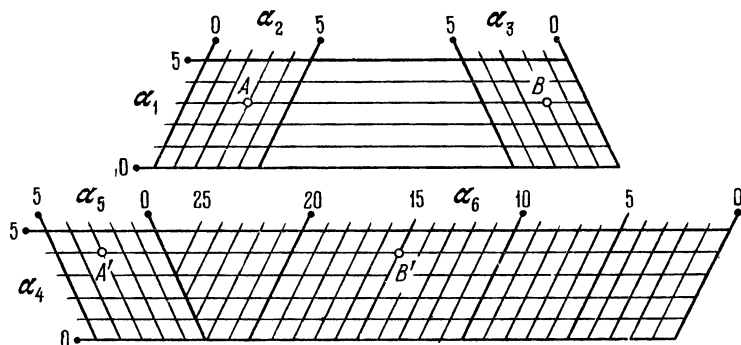


Рис. 43. Приспособляемая циркулярная номограмма для определения α_6 по формуле (56).

решению числового примера (дано: $\alpha_1 = 3$, $\alpha_2 = 3$, $\alpha_3 = 2$, $\alpha_4 = 4$, $\alpha_5 = 3$; ответ $\alpha_6 = 15$).

§ 29. Методика построения барицентрических номограмм

Рассмотрим методику построения барицентрических номограмм для зависимостей (25) и (26).

Номографирование формы (25). Простейшие уравнения элементов номограммы для формы (25)

$$\left. \begin{aligned} f_{12} + f_{34} &= f_{56}, \\ g_{12} + g_{34} &= g_{56} \end{aligned} \right\}$$

можно короче записать так:

$$\left| \begin{array}{c|c|c|c} x & f_{12} & \frac{f_{34}}{\lambda} & \frac{f_{56}}{1+\lambda} \\ \hline y & g_{12} & \frac{g_{34}}{\lambda} & \frac{g_{56}}{1+\lambda} \end{array} \right|.$$

Введем в уравнения элементов номограммы параметры преобразования a_0 , a , b_0 , b , λ , μ_x , μ_y , δ_x и δ_y . Для этого форму (25) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} [a_0 + \mu_x (f_{12} + \delta_x g_{12})] + [\lambda (a_0 + a) + \mu_x (f_{34} + \delta_x g_{34})] &= \\ &= [a_0 (1 + \lambda) + \lambda a + \mu_x (f_{56} + \delta_x g_{56})], \\ [b_0 + \mu_y (\delta_y f_{12} + g_{12})] + [\lambda (b_0 + b) + \mu_y (\delta_y f_{34} + g_{34})] &= \\ &= [b_0 (1 + \lambda) + \lambda b + \mu_y (\delta_y f_{56} + g_{56})]. \end{aligned}$$

Полученная система уравнений снова принадлежит к виду (25). Поэтому новые уравнения элементов номограммы запишутся так:

поле (α_1, α_2) :

$$x = a_0 + \mu_x (f_{12} + \delta_x g_{12}), \quad y = b_0 + \mu_y (\delta_y f_{12} + g_{12});$$

поле (α_3, α_4) :

$$x = a_0 + a + \frac{\mu_x}{\lambda} (f_{34} + \delta_x g_{34}), \quad y = b_0 + b + \frac{\mu_y}{\lambda} (\delta_y f_{34} + g_{34});$$

поле (α_5, α_6) :

$$x = a_0 + \frac{\lambda a}{1 + \lambda} + \frac{\mu_x}{1 + \lambda} (f_{56} + \delta_x g_{56}),$$

$$y = b_0 + \frac{\lambda b}{1 + \lambda} + \frac{\mu_y}{1 + \lambda} (\delta_y f_{56} + g_{56}).$$

Проектирование номограммы проводим так. Сначала выписываем простейшие уравнения элементов номограммы при $\lambda = 1$

x	f_{12}	f_{34}	$0,5f_{56}$
y	g_{12}	g_{34}	$0,5g_{56}$

и производим их анализ. Далее подбираем значения параметров λ , μ_x , μ_y , δ_x , δ_y и строим эскизы полей каждое в своей системе координат по выписанным уравнениям, в которых параметры a_0 , a , b_0 , b полагаем равными нулю. Затем, пользуясь произволом выбора этих параметров, находим подходящее взаимное расположение полей (α_1, α_2) и (α_3, α_4) с соблюдением параллельности осей абсцисс. Тогда поле (α_5, α_6) расположится между этими полями (тоже при соблюдении параллельности осей абсцисс) уже вполне определенным образом. Положение его можно найти с помощью числового примера. Далее выбираем общую систему координат и вычисляем значения параметров a_0 , b_0 , a и b , соответствующие выбранному положению бинарных полей. После этого рассчитываем и строим номограмму.

При конструировании барицентрических номограмм параметр λ обычно полагают равным 1, а поле для ответных переменных делают центральным. Тогда ответная точка будет находиться посередине между заданными точками.

Примером барицентрической номограммы для системы двух уравнений, приводящихся к форме (25), может служить помещенная в первой главе номограмма рис. 8.

Номография формы (26). Для представления формы (26)

$$f_5 = F(f_{12} + f_{34}, g_{12} + g_{34})$$

барицентрической номограммой приводим ее к виду (25) путем введения вспомогательных переменных M и N :

$$f_{12} + f_{34} = M,$$

$$g_{12} + g_{34} = N,$$

$$f_5 = F(M, N).$$

В поле (M, N) с помощью последнего уравнения строим семейство линий α_5 . После построения семейства линий α_5 семейства прямых M и N с чертежа удаляем.

Пример 22. Построим барицентрическую номограмму для определения α_5 по формуле

$$\alpha_5 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4. \quad (57)$$

Пределы изменения переменных: $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \leq 5$; $0 \leq \alpha_5 \leq 20$.

Полагаем

$$\alpha_1 + \alpha_3 = \beta, \quad (58)$$

где β — вспомогательная переменная. Уравнения (57) и (58) приводим к форме (25) следующим образом:

$$\alpha_2 + \alpha_4 = \alpha_5 - \beta,$$

$$\alpha_1 + \alpha_3 = \beta.$$

Имеем $f_{12} = \alpha_2$, $g_{12} = \alpha_1$, $f_{34} = \alpha_4$, $g_{34} = \alpha_3$, $f_{56} = \alpha_5 - \beta$, $g_{56} = \beta$. Простейшие уравнения элементов номограммы при $\lambda = 1$ запишутся так:

$$\begin{array}{c|c|c|c} x & \alpha_2 & \alpha_4 & 0,5(\alpha_5 - \beta) \\ \hline y & \alpha_1 & \alpha_3 & 0,5\beta \end{array} \Big|.$$

Из этих уравнений видно, что поля (α_1, α_2) и (α_3, α_4) — это

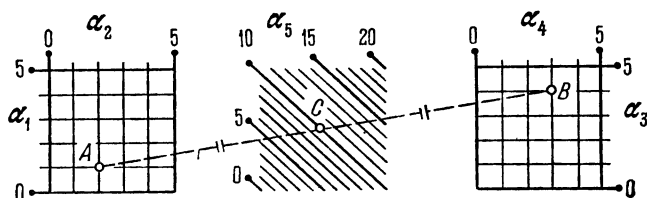


Рис. 44. Барицентрическая номограмма при $\lambda = 1$ для определения α_5 по формуле (57).

ортогональные сетки, семейство линий α_5 — это семейство параллельных прямых. Номограмма зависимости (57) приведена на рис. 44. Она построена при $\lambda = 1$ по следующим уравнениям:

поле (α_1, α_2) :

$$x = 5\alpha_2, \quad y = 5\alpha_1;$$

поле (α_3, α_4) :

$$x = 85 + 5\alpha_4, \quad y = 5\alpha_3;$$

поле (α_5, β) :

$$x = 42,5 + 2,5(\alpha_5 - \beta), \quad y = 2,5\beta.$$

На номограмме точки A , B и C соответствуют решению числового примера (дано: $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 2$, $\alpha_3 = 4$, $\alpha_4 = 3$; ответ $\alpha_5 = 10$).

Другим примером барицентрической номограммы для зависимости с пятью переменными, приводящейся к форме (26), может служить номограмма рис. 49, рассмотренная в пятой главе.

§ 30. Методика построения ромбоидальных номограмм и номограмм с ориентированным транспарантом

Как было выше отмечено, система уравнений (27), форма (28) и ее частные случаи могут быть представлены как ромбоидальными номограммами, так и номограммами с ориентированным транспарантом. При этом, построив номограмму одного из этих типов, легко получить из нее номограмму другого типа. Поэтому достаточно рассмотреть методику построения номограмм одного из этих типов, например, ромбоидальных номограмм. Ниже рассмотрено номографирование форм (27) — (29).

Номографирование формы (27). Простейшие уравнения элементов ромбоидальной номограммы для формы (27)

$$\begin{aligned} f_{12} - f_{56} &= f_{34} - f_{78}, \\ g_{12} - g_{56} &= g_{34} - g_{78} \end{aligned}$$

удобно записать так:

x	f_{12}	f_{56}	f_{34}	f_{78}
y	g_{12}	g_{56}	g_{34}	g_{78}

Введем в эти уравнения параметры преобразования $a_0, b_0, a, b, c, d, \mu_x, \mu_y, \delta_x$ и δ_y . Для этого тождественно преобразуем форму (27) к виду

$$\begin{aligned} [a_0 + \mu_x(f_{12} + \delta_x g_{12})] - [a_0 + c + \mu_x(f_{56} + \delta_x g_{56})] &= \\ = [a_0 + a + \mu_x(f_{34} + \delta_x g_{34})] - [a_0 + c + a + \mu_x(f_{78} + \delta_x g_{78})], \\ [b_0 + \mu_y(\delta_y f_{12} + g_{12})] - [b_0 + d + \mu_y(\delta_y f_{56} + g_{56})] &= \\ = [b_0 + b + \mu_y(\delta_y f_{34} + g_{34})] - [b_0 + d + b + \mu_y(\delta_y f_{78} + g_{78})]. \end{aligned}$$

Полученная система уравнений снова имеет вид формы (27), но содержит новые функции, в которые входят параметры преобразования. Уравнения элементов номограммы теперь запишутся так:

поле (α_1, α_2) :

$$x = a_0 + \mu_x (f_{12} + \delta_x g_{12}), \quad y = b_0 + \mu_y (\delta_y f_{12} + g_{12});$$

поле (α_3, α_4) :

$$x = a_0 + a + \mu_x (f_{34} + \delta_x g_{34}), \quad y = b_0 + b + \mu_y (\delta_y f_{34} + g_{34});$$

поле (α_5, α_6) :

$$x = a_0 + c + \mu_x (f_{56} + \delta_x g_{56}), \quad y = b_0 + d + \mu_y (\delta_y f_{56} + g_{56});$$

поле (α_7, α_8) :

$$x = a_0 + c + a + \mu_x (f_{78} + \delta_x g_{78}), \quad y = b_0 + d + b + \mu_y (\delta_y f_{78} + g_{78}).$$

Конструирование ромбоидальной номограммы сводится к подбору параметров $a_0, b_0, a, b, c, d, \mu_x, \mu_y, \delta_x$ и δ_y . После назначения параметров μ_x, μ_y, δ_x и δ_y подбираются параметры a_0, b_0, a, b, c и d , с помощью которых можно поместить три поля в любом месте плоскости. Положение четвертого поля уже определяется выбранным положением других трех полей.

Примером ромбоидальной номограммы для системы двух уравнений, приводящихся к форме (27), может служить номограмма рис. 58, рассмотренная в пятой главе.

Номографирование зависимости (28). Форма (28)

$$f_7 = F(f_{12} + f_{34} + f_{56}, g_{12} + g_{34} + g_{56})$$

приводится к системе уравнений (27) путем введения вспомогательных переменных M и N :

$$\begin{aligned} (-f_{12}) - f_{56} &= f_{34} - M, \\ (-g_{12}) - g_{56} &= g_{34} - N, \\ f_7 &= F(M, N). \end{aligned}$$

После построения в поле (M, N) семейства линий α_7 поле (M, N) с чертежа удаляется.

Примером ромбоидальной номограммы для зависимости, приводящейся к форме (28), может служить номограмма, которую можно получить из номограммы с ориентированным транспарантом рис. 12 путем совмещения обеих плоскостей в одну при соблюдении параллельности направляющих прямых и последующего удаления их.

Номографирование формы (29). Присоединяем к уравнению (29)

$$f_7 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6$$

уравнение

$$\beta = -f_1 + f_3 + f_5,$$

в котором β — вспомогательная переменная. Уравнение (29) и введенное уравнение записываем в виде формы (27):

$$\begin{aligned} (-f_1 - f_2) - (f_5 + f_6) &= (f_3 + f_4) - f_7, \\ f_1 - f_5 &= f_3 - \beta. \end{aligned}$$

Простейшие уравнения элементов номограммы:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x & -f_1 - f_2 & f_5 + f_6 & f_3 + f_4 & f_7 \\ \hline y & f_1 & f_5 & f_3 & \beta \end{array} \Bigg|.$$

Из этих уравнений видно, что все переменные изображаются различными семействами параллельных прямых.

Уравнения элементов номограмм, содержащие параметры преобразования (при $\delta_x = \delta_y = 0$), запишутся так:

поле (α_1, α_2) :

$$x = a_0 + \mu_x(-f_1 - f_2), \quad y = b_0 + \mu_y f_1;$$

поле (α_3, α_4) :

$$x = a_0 + a + \mu_x(f_3 + f_4), \quad y = b_0 + b + \mu_y f_3;$$

поле (α_5, α_6) :

$$x = a_0 + c + \mu_x(f_5 + f_6), \quad y = b_0 + d + \mu_y f_5;$$

поле (α_7, β) :

$$x = a_0 + c + a + \mu_x f_7, \quad y = b_0 + d + b + \mu_y \beta.$$

Пример 23. Построим для формулы

$$\alpha_7 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 \quad (59)$$

ромбоидальную номограмму и преобразуем ее в номограмму с ориентированным транспарантом. Пределы изменения переменных:

$$0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6 \leq 5; \quad 0 \leq \alpha_7 \leq 30.$$

Уравнение (59) принадлежит к форме (29). Уравнения элементов ромбоидальной номограммы получим, положив в предыдущих уравнениях $f_1 = \alpha_1$, $f_2 = \alpha_2$, $f_3 = \alpha_3$, $f_4 = \alpha_4$, $f_5 = \alpha_5$,

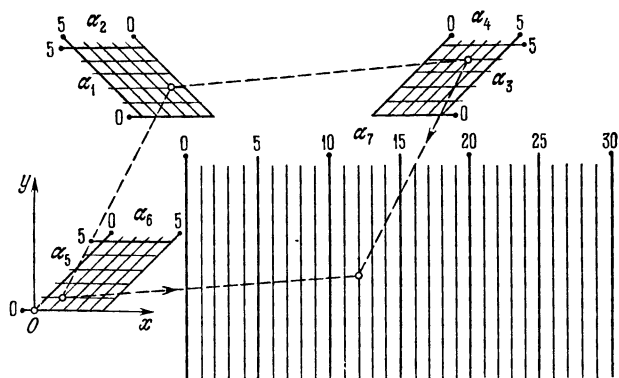
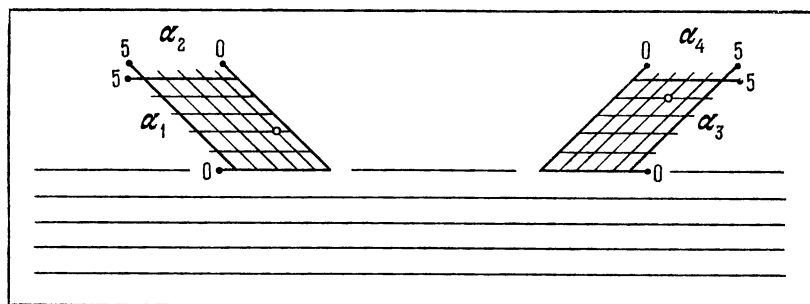
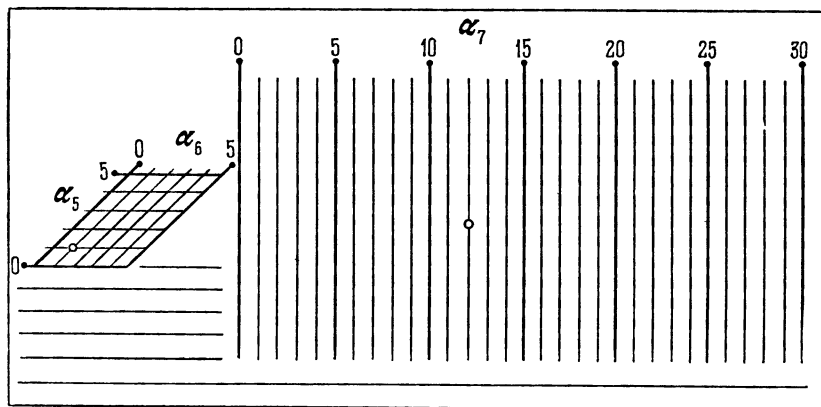


Рис. 45. Ромбоидальная номограмма для определения α_7 по формуле (59).



а)



б)

Рис. 46. Номограмма с ориентированным транспарантом для определения α_7 по формуле (59): а — неподвижная плоскость; б — транспарант.

$f_6 = \alpha_6$, $f_7 = \alpha_7$. Номограмма, построенная по этим уравнениям при значениях параметров $\mu_x = \mu_y = 5$ мм, $a_0 = 65$ мм, $b_0 = 70$ мм, $a = 55$ мм, $b = 0$, $c = -65$ мм, $d = -70$ мм, изображена на рис. 45. На номограмме показано решение числового примера (дано: $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = 4$, $\alpha_4 = 3$, $\alpha_5 = 1$, $\alpha_6 = 1$; ответ $\alpha_7 = 12$).

Для преобразования построенной ромбоидальной номограммы в номограмму с ориентированным транспарантом поля (α_1, α_2) и (α_3, α_4) переносим на неподвижную плоскость, а поле (α_5, α_6) и семейство α_7 вычерчиваем на транспаранте. Кроме этого, проводим на неподвижной плоскости и на транспаранте семейства направляющих прямых, параллельные осям абсцисс. Получаем номограмму, изображенную на рис. 46. Ключ пользования ею в форме контактов при условии ориентированного наложения транспаранта на неподвижную плоскость запишется так:

$$(\alpha_1, \alpha_2) | = | (\alpha_5, \alpha_6), (\alpha_3, \alpha_4) | - | \alpha_7.$$

На номограмме в полях и семействе линий кружочками отмечены точки, соответствующие предыдущему числовому примеру (дано: $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = 4$, $\alpha_4 = 3$, $\alpha_5 = 1$, $\alpha_6 = 1$; ответ $\alpha_7 = 12$). (Заметим, что номограммы рис. 45 и 46 даны с различной степенью уменьшения.)

Другим примером ромбоидальной номограммы для зависимости, приводящейся к форме (29), является номограмма рис. 9, рассмотренная в первой главе.

Более подробно методика построения номограмм с ориентированным транспарантом рассмотрена в работах [12, 6].

ГЛАВА 5

МАШИННАЯ НОМОГРАФИЯ

§ 31. Сопоставление номографического и машинных решений задач

Очень часто задают вопрос, не потеряли ли свое значение номографические методы в связи с появлением ЭЦВМ. Прежде чем ответить на него, сопоставим решение двух конкретных задач номографическим и машинным методами.

Пример 24. Вернемся к номограмме рис. 5 (см. примеры 2 и 15), построенной для определения u из уравнения (2)

$$u^{A-1} = B \frac{\ln(C-u)}{C-u-1}.$$

содержащего три переменных параметра A , B и C . На номограмме рис. 5 переменные A и B представлены шкалами, а переменные u и C бинарным полем (u , C), состоящим из прямых u и линий C . Прямые u служат асимптотами линий C с пометками, равными u . При этом прямая $u = 1$ совпадает с носителем шкалы B .

Для определения u по номограмме нужно приложить край линейки к заданным точкам на шкалах A и B . Тогда пометка прямой u , проходящей через точку пересечения заданной линии C с краем линейки, даст искомый ответ. Точность номограммы достаточна для целей практики.

Использовать ЭЦВМ для решения уравнения (2) можно двумя различными способами:

1) составить стандартную программу для определения u с переменными параметрами A , B и C ;

2) рассчитать таблицу значений u с тремя входами (по A , B и C).

Легко видеть, что номографическое решение задачи имеет значительные преимущества по сравнению с обеими машинными решениями в простоте, наглядности и большей скорости получения ответа.

В самом деле, получение ответа u по номограмме рис. 5 при заданных значениях параметров A , B и C достигается одним наложением линейки и требует всего нескольких секунд. Вряд ли за то же время удастся ввести значения параметров A , B и C в стандартную программу и решить задачу на машине или выбрать готовый ответ из громоздкой таблицы с тремя входами.

Преимущества номографического решения становятся еще более очевидными, когда требуется, например, выяснить, как изменяется ответ u при изменении параметров A , B и C . Решение этой задачи по номограмме также требует несколько секунд и достигается перемещением линейки по плоскости номограммы.

Пусть, например, требуется выяснить, как изменяется величина u в зависимости от величин B и C при фиксированном значении A . Для этого нужно вращать край линейки около заданной точки шкалы A и следить за пометками точек шкалы B и точек поля (u, C) , совпадающих с краем линейки.

Из формулы (2) следует, что если $B \rightarrow 0$, то $u \rightarrow C$. Номограмма дает возможность получить более слабый критерий. Из нее видно, что можно принять $u = C$, если только $B < 0,1$. Более того, можно принять $u = C$, если при малых значениях B разрешающая прямая не пересекает в пределах чертежа заданную линию C . Таким образом, номограмма рис. 5 дает возможность не только быстро найти ответ, но и провести исследование уравнения, которое она изображает.

Пример 25. На рис. 47 изображена номограмма с ориентированным транспарантом для решения системы уравнений

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{n} R^{2,5} \sqrt{n} - 0,13 - 0,75 \sqrt{R} (\sqrt{n} - 0,1) \sqrt{Ri}, \\ Q &= d^2 [0,25 \arccos(1 - 2\eta) - (0,5 - \eta) \sqrt{\eta - \eta^2}] v, \\ R &= d \frac{0,25 \arccos(1 - 2\eta) - (0,5 - \eta) \sqrt{\eta - \eta^2}}{\arccos(1 - 2\eta)} \end{aligned} \quad (60)$$

относительно величин η , v и R при заданных значениях параметров Q , d , n и i [8, 12, 6]. В уравнениях (60) Q — расход воды, v — скорость, d — диаметр трубы, i — уклон, η — степень наполнения трубы, n — коэффициент шероховатости, R — гидравлический радиус.

На неподвижной плоскости номограммы расположены: шкала R , семейство линий n , поле (Q, d) и прямая I . На транспаранте нанесены шкалы переменных v , i и η . Ключ пользования показан на номограмме. В форме контактов (при условии ориентированного наложения транспаранта на неподвижную плоскость) он записывается так:

$$R| - |L_i, \quad n| - |i, \quad I| - |v, \quad (Q, d)| = |\eta,$$

где через L_i обозначен носитель шкалы i .

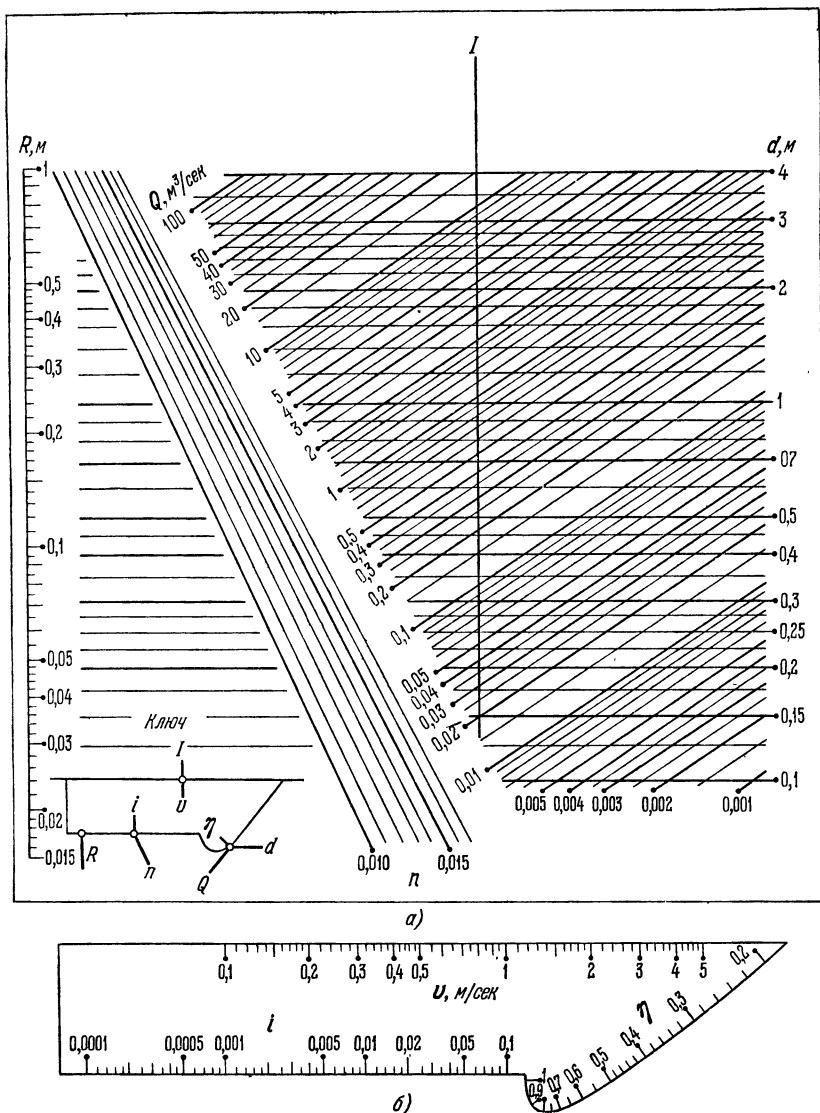


Рис. 47. Номограмма с ориентированным транспарантом для определения η , v и R из системы уравнений (60): а — неподвижная плоскость; б — транспарант.

Для определения η , v и R по заданным значениям Q , d , n и i накладываем транспарант на неподвижную плоскость так, чтобы носитель шкалы v был параллелен прямой d , заданная точка шкалы i попала на заданную линию n , а носитель шкалы η прошел через заданную точку поля (Q, d) . Ответ v читаем на шкале v в точке пересечения ее с прямой I , ответ R читаем на шкале R в точке пересечения ее с носителем шкалы i , ответ η читаем на шкале η против заданной точки поля (Q, d) .

При ориентированном перемещении транспаранта по неподвижной плоскости получаем наглядную картину взаимосвязи переменных, входящих в уравнения (60).

Более глубокое рассмотрение номограммы [8] позволяет установить связь между геометрическими особенностями ее элементов и гидравликой равномерного движения жидкости в правильных руслах. Оказывается, что для всех открытых русел носители шкал η будут монотонными линиями, а для всех замкнутых русел эти линии будут иметь характерный прогиб, как в номограмме рис. 47. Можно показать также, что вид семейства линий n в номограмме зависит от принятой формулы для коэффициента Шези. На другие элементы номограммы эта формула не влияет. Поэтому при переходе от одной формулы коэффициента Шези к другой в номограмме будет изменяться только семейство линий n , а остальные элементы будут неизменными. И, наконец, интересное гидравлическое истолкование находит касание шкалы η и линий n , d , Q при ориентированном перемещении транспаранта по неподвижной плоскости. Известно, что в круглых трубах расход и скорость достигают наибольшей величины при степени наполнения η , равной соответственно приблизительно 0,95 и 0,8. Именно в точках с этими пометками и происходит касание шкалы η и линий n и d . Касание шкалы η и прямых Q происходит в точке с пометкой 0,5, отвечающей гидравлически наивыгоднейшему значению η для круглого сечения. Участок шкалы η вблизи точки касания (примерно от $\eta = 0,4$ до $\eta = 0,6$) дает область гидравлически выгодных значений η . Таким образом, касание шкалы η и линий n , d , Q отражает экстремальные особенности системы (60) и имеет вполне определенный гидравлический смысл.

Преимущества рассмотренного номографического решения системы уравнений (60) по сравнению с двумя возможными машинными решениями — стандартной программой для определения η , v и R по заданным значениям четырех параметров Q , d , n и i или громоздкими таблицами с четырьмя входами — здесь еще более очевидны.

Рассмотренные два примера, а также другие примеры из этой книги убедительно показывают исключительно ценные свойства номограмм: общедоступность, дешевизну, простоту пользования,

легкость решения сложных трансцендентных уравнений с большим числом переменных, а также систем таких уравнений, достаточно высокую скорость получения ответов, возможность проводить анализ влияния одних переменных на другие, возможность применения в исследовательской работе. Следует особо подчеркнуть, что номограммы являются более компактным и удобным средством для хранения информации, чем таблицы.

Резюмируя все вышеизложенное, приходим к выводу, что если данная задача допускает номографическое решение, точность которого достаточна, то оно в большинстве случаев будет выгоднее машинных решений — стандартной программы или таблицы.

В следующих параграфах на ряде примеров будет показано, что номограммы особенно выгодно применять в контакте с ЭЦВМ и аналоговыми машинами.

§ 32. Применение ЭЦВМ для расчета номограмм

Для построения номограмм необходимо рассчитывать координаты точек шкал и бинарных полей. Такие расчеты целесообразно выполнять на ЭЦВМ.

Расчет номограмм с помощью ЭЦВМ является более выгодным, чем расчет таблиц с несколькими входами для номографируемых зависимостей. Затрата машинного времени на расчет шкал (таблицы с одним входом) или бинарных полей (таблицы с двумя входами) значительно меньше, чем на расчет таблиц с несколькими входами. При этом номограммы, построенные в результате машинного расчета, дают возможность благодаря их преимуществам получить более полноценное решение задачи.

Номограммы, рассчитанные на ЭЦВМ, являются в такой же мере продукцией ЭЦВМ, как и таблицы. Поэтому стандартную программу, таблицу и номограмму можно рассматривать как различные формы машинного решения задач.

Целесообразное применение номограмм часто дает большой экономический эффект. Это можно проиллюстрировать на двух типичных примерах (примеры 26 и 27) из практики работы сектора номографии Вычислительного центра АН СССР.

Пример 26. В сектор номографии Вычислительного центра АН СССР обратился один из сотрудников Проектного технологического и научно-исследовательского института Министерства автомобильной промышленности (г. Горький) с просьбой помочь ему построить номограммы для громоздких таблиц с несколькими входами, которые были рассчитаны на ЭЦВМ для его задачи. При рассмотрении расчетных формул, положенных в основу таблиц, выяснилось, что они допускают построение составных номограмм из выравненных точек, позволяющих не только получать числовые ответы, но и проводить анализ задачи,

что было чрезвычайно затруднительно сделать, пользуясь таблицами. Таким образом, в данном случае машинное время на расчет таблиц было затрачено бесполезно. Целесообразнее было бы построить упомянутые номограммы, которые дали бы полноценное решение задачи. При этом расчет их на ЭЦВМ потребовал бы значительно меньше времени, чем расчет таблиц.

Пример 27. Всесоюзное объединение «Союзводпроект» в содружестве с сектором номографии ВЦ АН СССР разработало альбом номограмм для определения расстояния между дренами в однородных и слоистых грунтах, причем все номограммы рассчитывались на ЭЦВМ. Эта работа получила высокую оценку у проектировщиков. Экономический эффект от применения номограмм составил 200 тысяч рублей [13]. На рис. 48 и 49 приведены две номограммы из этого альбома.

Номограмма рис. 48 [14] служит для определения величины B из уравнения

$$B = 2 \sqrt{\frac{2KHT}{q} \left(1 + \frac{H}{2T}\right) \frac{1}{1 + 5,98 \frac{T}{B} \lg \frac{1}{\sin \frac{\pi}{4T}}}} \quad (61)$$

по заданным значениям величин K , H , T и q . Ответ B находится по номограмме одной засечкой циркуля. На номограмме показано решение числового примера (дано: $K = 3$ м/сут, $q = 0,005$ м³/сут, $T = 4$ м, $H = 1$ м; ответ $B = 140$ м). Величины, входящие в уравнение (61), имеют следующий физический смысл: B — расстояние между дренами, K — коэффициент фильтрации, H — превышение поверхности грунтовых вод в междренье над поверхностью воды в дрене, T — глубина залегания водопора от уровня воды в дрене, q — интенсивность инфильтрации.

Номограмма рис. 49 [15, 16] предназначена для определения величины $L_{нд}$ по формуле

$$L_{нд} = 0,73 \frac{K_n m_n + K_b m_b}{K_b} \lg \frac{8m_b}{\pi d} - 0,73 (m_b + m_n) \lg \frac{4m_b}{m_b + m_n} - 1,5 (m_n - m_b) \left(\frac{K_n - K_b}{K_n + K_b} \right)^2 \lg \frac{K_n m_n + K_b m_b}{K_n m_n} \quad (62)$$

в зависимости от пяти параметров d , m_n , m_b , K_b и K_n . На номограмме ответ $L_{нд}$ находится путем деления пополам отрезка, соединяющего заданные точки бинарных полей (d , m_b) и $\left(\frac{m_n}{m_b}, \frac{K_n}{K_b}\right)$. На номограмме штриховой прямой показано решение числового примера (дано: $m_b = 5$ м, $m_n = 40$ м, $K_n = 3$ м/сут, $K_b = 1$ м/сут, $d = 1$ м; вычисляем $\frac{K_n}{K_b} = 3$, $\frac{m_n}{m_b} = 8$; ответ

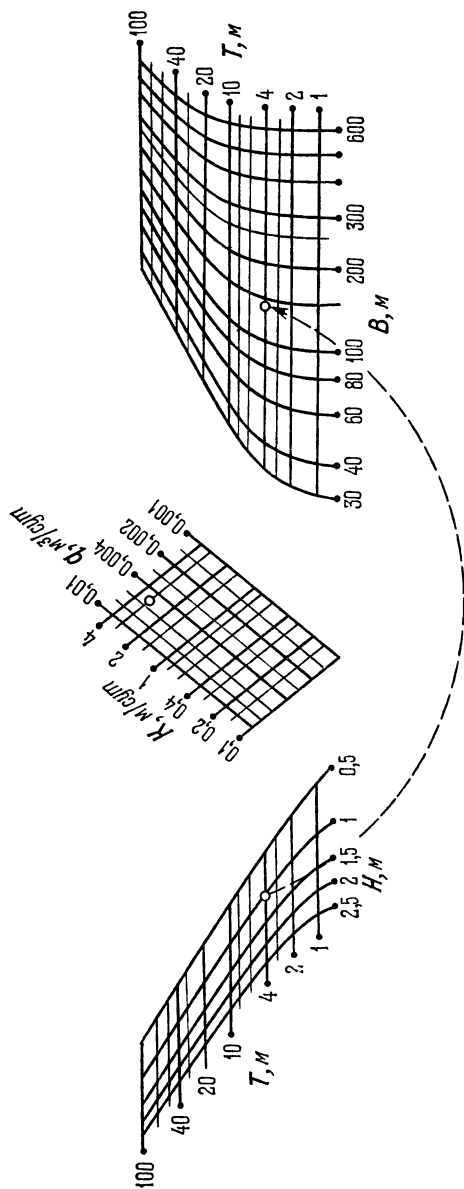


Рис. 48. Приспособляемая номограмма из равноудаленных точек для определения B из уравнения (61).

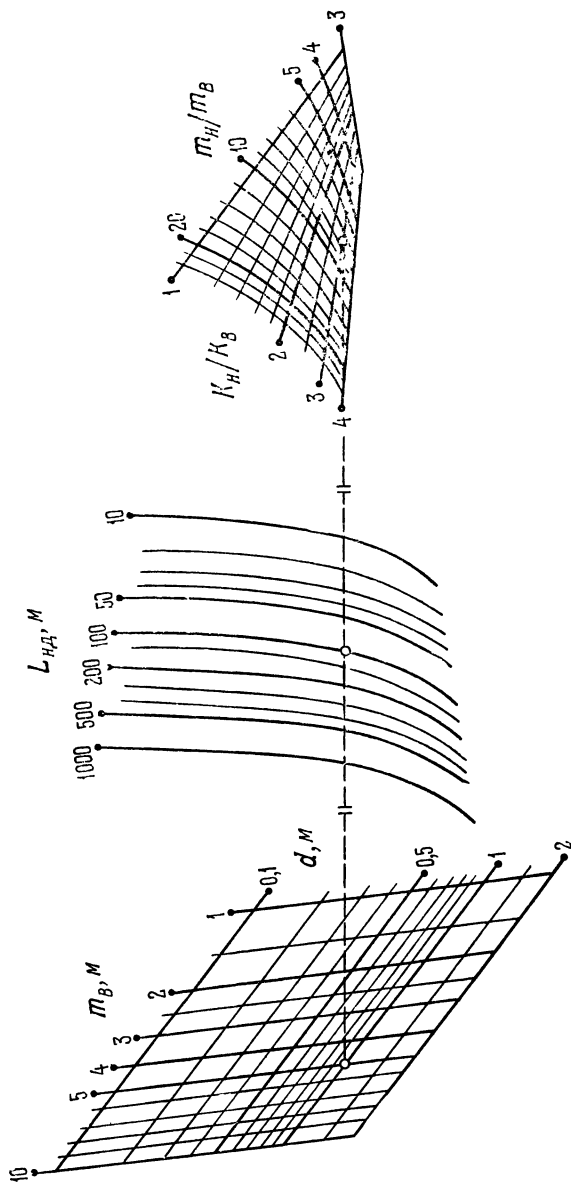


Рис. 49. Баричесентрическая номограмма для определения $L_{нд}$ по формуле (62).

$L_{\text{нд}} = 110 \text{ м}$). В уравнении (62) $L_{\text{нд}}$ — расчетная длина зоны несовершенного дренажа, d — расчетный диаметр дрены, $m_{\text{в}}$ — мощность верхнего слоя, $m_{\text{н}}$ — мощность нижнего слоя, $K_{\text{в}}$ — коэффициент фильтрации верхнего слоя, $K_{\text{н}}$ — коэффициент фильтрации нижнего слоя.

§ 33. Применение ЭЦВМ при приближенном номографировании

Большой интерес с точки зрения контакта номограмм и ЭЦВМ представляет приближенное номографирование и особенно одна из его разновидностей — номографирование таблиц с несколькими входами. Такие таблицы могут, например, получаться в результате решения на ЭЦВМ сложных задач. Замена их приближенными номограммами делает полученные решения достоянием практики. Расчет приближенных номограмм может быть снова выполнен на ЭЦВМ.

В настоящее время разработан ряд методов приближенного номографирования. Остановимся только на методе номографирования табличных ячеек и на одном из методов построения приближенных номограмм из выравненных точек для таблиц с тремя входами.

Номографирование табличных ячеек. Методы номографирования табличных ячеек с двумя, тремя и четырьмя входами, разработанные при допущении линейной интерполяции по каждому аргументу [17 — 20], открывают один из путей номографирования таблиц с небольшим числом табличных ячеек, в частности некоторых таблиц, получаемых на ЭЦВМ. Рассмотрим номографирование табличных ячеек с тремя и четырьмя входами.

Предположим, что для функции

$$u = f(x, y, z)$$

дана табличная ячейка с тремя входами (табл. 1), в которой допустима линейная интерполяция по x , y и z .

Таблица 1

z	z_1		z_2	
	x_1	x_2	x_1	x_2
y				
y_1	u_{11}	u_{21}	u'_{11}	u'_{21}
y_2	u_{12}	u_{22}	u'_{12}	u'_{22}

Тогда для определения u в зависимости от x, y, z и 14 констант ($x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2, u_{11}, u_{12}, u_{21}, u_{22}, u'_{11}, u'_{12}, u'_{21}, u'_{22}$) можно получить следующую формулу [17]:

$$u = u_{11} + \frac{u_{21} - u_{11}}{x_2 - x_1} (x - x_1) + \\ + \left[u_{12} - u_{11} + \frac{u_{22} - u_{12} - u_{21} + u_{11}}{x_2 - x_1} (x - x_1) \right] \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} + \\ + \left\{ u'_{11} - u_{11} + \frac{u'_{21} - u'_{11} - u_{21} + u_{11}}{x_2 - x_1} (x - x_1) + \left[u'_{12} - u'_{11} + u_{11} - u_{12} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{u'_{22} - u'_{12} - u'_{21} + u'_{11} - u_{22} + u_{12} + u_{21} - u_{11}}{x_2 - x_1} (x - x_1) \right] \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \right\} \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

или

$$u = Axyz + Bxy + Cyz + Dxz + Ex + Fy + Gz + H, \quad (63)$$

где коэффициенты A, B, C, D, E, F, G и H зависят от 14 констант. Формула (63) принадлежит к номографируемому виду и может быть в общем случае представлена, например, номограммой из выравненных точек с параллельными равномерными шкалами x и u и бинарным полем (y, z) . Это поле состоит из двух семейств прямых линий y и z , образующих друг на друге проективные шкалы. Ответ u находится по такой номограмме одним наложением линейки.

Пример 28. На рис. 50 приведена номограмма некоторой функции

$$u = f(x, y, z),$$

заданной табличной ячейкой (табл. 2), в которой допустима линейная интерполяция по любой из переменных x, y или z .

Т а б л и ц а 2

Значения u

z	0,20		0,21	
	700	800	700	800
x \ y				
9	1729	1774	1707	1761
10	1765	1808	1744	1796

На номограмме рис. 50 штриховой прямой показано решение числового примера (дано: $x = 730$; $y = 9,7$; $z = 0,204$; ответ

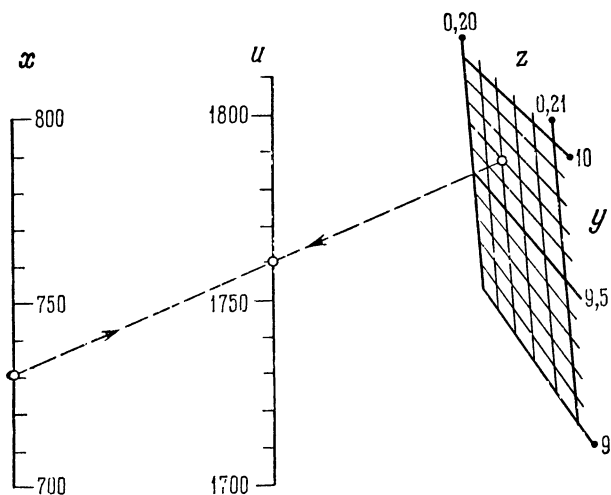


Рис. 50. Номограмма из выравненных точек с параллельными шкалами x и u и бинарным полем (y, z) для функции $u = f(x, y, z)$, заданной табл. 2, в которой допустима линейная интерполяция по переменным x, y и z .

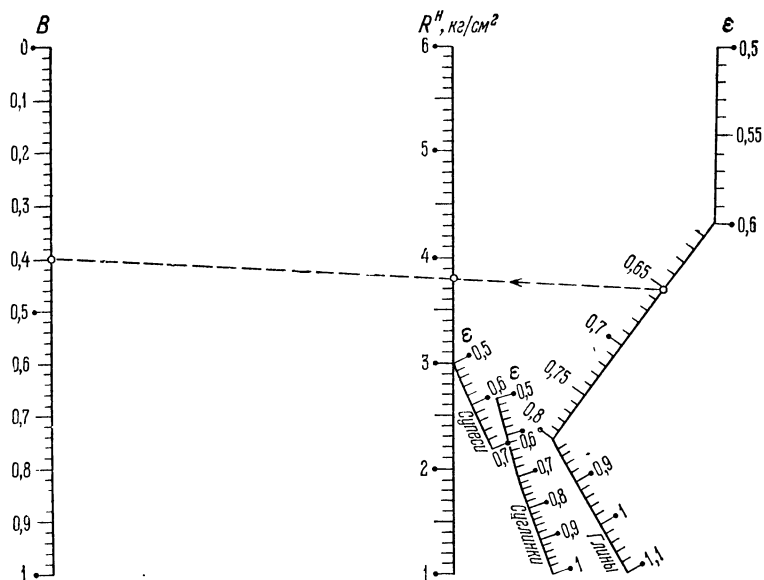


Рис. 51. Номограмма из выравненных точек для определения нормативного давления на грунт R^H в зависимости от коэффициента пористости ϵ и консистенции V для супесей, суглинков и глин, построенная по данным табл. 3 при условии допустимости линейной интерполяции по V и ϵ .

$u = 1760$). Очевидна значительная емкость числовой информации, заключенной в номограмме. Если исходная таблица содержала лишь восемь значений функции u , то номограмма содержит их значительно больше. На шкале x имеется 11 помеченных точек, в поле (y, z) таких точек $6 \times 11 = 66$. Таким образом, только через помеченные точки шкалы x и бинарного поля (y, z) можно провести $11 \times 66 = 726$ разрешающих прямых и прочесть 726 соответствующих значений u . Это количество увеличится по меньшей мере в 50 раз, если учесть возможность линейной интерполяции на глаз между штрихами на шкале x и между прямыми бинарного поля (y, z) .

Пример 29. На рис. 51 приведена рабочая номограмма для определения нормативного давления на грунт основания R^n в зависимости от коэффициента пористости ε и консистенции B для супесей, суглинков и глин [21]. Номограмма построена на основании табл. 3, в которой согласно нормам проектирования допустима последовательная линейная интерполяция по ε и B .

Таблица 3

Значения R^n , кг/см²

Грунт	супесь		суглинок			глина			
ε B	0,5	0,7	0,5	0,7	1	0,5	0,6	0,8	1,1
0	3,0	2,5	3,0	2,5	2,0	6,0	5,0	3,0	2,5
1	3,0	2,0	2,5	1,8	1,0	4,0	3,0	2,0	1,0

На номограмме рис. 51 штриховой прямой показано решение числового примера (дано: грунт — глина; $B = 0,4$; $\varepsilon = 0,65$; ответ $R^n = 3,8$ кг/см²).

Предположим теперь, что для функции

$$u = f(x, y, z, t)$$

дана табличная ячейка (табл. 4), в которой допустима линейная интерполяция по любой из переменных x, y, z и t .

Интерполяционное уравнение, соответствующее табл. 4, имеет вид

$$u = Axyz + Bxyz + Cyzt + Dxzt + Exyt + Fxy + Gyz + Kxz + Lxt + Myt + Nzt + Px + Qy + Rz + St + H. \quad (64)$$

Уравнение (64) может быть представлено номограммой из выравненных точек с тремя бинарными полями, связанными одним

выравниванием [18—20]. В номограмме всегда повторяется одна из переменных x , y , z или t .

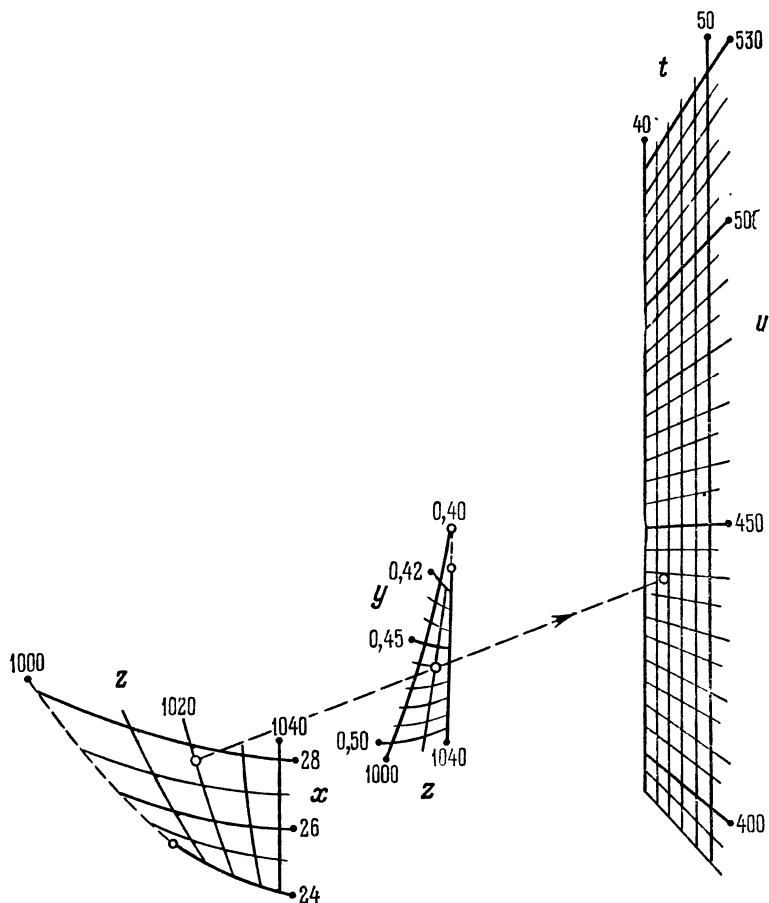


Рис. 52. Номограмма из выравненных точек с тремя бинарными полями (x, z) , (y, z) и (t, u) для функции $u = f(x, y, z, t)$, заданной табл. 5, в которой допустима линейная интерполяция по переменным x , y , z и t .

Пример 30. На рис. 52 приведена номограмма некоторой функции

$$u = f(x, y, z, t),$$

заданной табличной ячейкой (табл. 5), в которой допустима линейная интерполяция по любой из переменных x , y , z или t .

Таблица 4

t	t_1				t_2			
z	z_1		z_2		z_1		z_2	
$x \backslash y$	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2
y_1	u_{11}	u_{21}	u'_{11}	u'_{21}	\tilde{u}_{11}	\tilde{u}_{21}	\tilde{u}'_{11}	\tilde{u}'_{21}
y_2	u_{12}	u_{22}	u'_{12}	u'_{22}	\tilde{u}_{12}	\tilde{u}_{22}	\tilde{u}'_{12}	\tilde{u}'_{22}

Таблица 5

Значения u

t	40				50			
z	1000		1040		1000		1040	
$x \backslash y$	24	28	24	28	24	28	24	28
0,4	501	467	526	491	502	467	530	494
0,5	427	392	449	414	437	403	460	424

В номограмме повторяется переменная z .

Линия $z = 1000$ в поле (z, x) и линия $y = 0,40$ в поле (z, y) сделаны штриховыми, а их точки пересечения с линиями $x = 24$ и $z = 1040$ отмечены кружочками. На номограмме штриховой прямой показано решение числового примера (дано: $x = 27,6$; $y = 0,46$; $z = 1020$; $t = 43$; ответ $u = 439$). Интерполяционное уравнение типа уравнения (64), соответствующее табл. 5, имеет вид

$$\begin{aligned}
 u = & -0,0125xyzt + 0,5625xyz + 0,25yzt + 0,005xzt + \\
 & + 13xyt - 585xy - 12,25yz - 0,23125xz - 5,225xt - 253yt - \\
 & - 0,0925zt + 232,75x + 11690y + 5,375z + 94,4t - 4474. \quad (65)
 \end{aligned}$$

Построение номограмм для табличных ячеек с двумя и тремя входами может быть выполнено непосредственно по данным этих ячеек без определения коэффициентов интерполяционных уравнений. При этом каких-либо расчетов для построения номограмм делать не требуется. Напротив, построение номограмм для табличных ячеек с четырьмя входами связано с большой

вычислительной работой, а именно, нужно находить коэффициенты интерполяционного уравнения (64) и рассчитывать координаты точек трех бинарных полей. Использование ЭЦВМ для этих расчетов делает построение таких номограмм доступным для практики. Номограмма уравнения (65), приведенная на рис. 52, была рассчитана на ЭЦВМ.

Заметим, что номограммы табличных ячеек с тремя и четырьмя входами являются точными номограммами для интерполяционных формул (63) и (64) и приближенными номограммами зависимостей $u = f(x, y, z)$ и $u = f(x, y, z, t)$, для которых сосчитаны табличные ячейки (табл. 1 и табл. 4). Таким образом, здесь погрешность аппроксимации определяется погрешностью интерполяционных формул (63) и (64).

Номографирование таблиц с тремя входами. На контакте номограмм и ЭЦВМ основан метод построения приближенных чебышевских номограмм из выравненных точек с параллельными шкалами и бинарным полем для неномографируемых зависимостей с четырьмя переменными, заданных формулами или таблицами с тремя входами [22].

Приближенной чебышевской номограммой из выравненных точек для зависимости $u = F(x, y, z)$ называется номограмма из выравненных точек, в которой шкалы x и u заранее заданы, а каждая из точек бинарного поля (y, z) получена из условия минимизации максимальной по модулю абсолютной или относительной погрешности в ответной величине u [23].

Практическая реализация метода построения приближенных чебышевских номограмм, связанного с громоздкими вычислениями, стала легко доступной благодаря разработке специальной программы для ЭЦВМ [23—25]. С ее помощью вычисляются таблицы функций в приближенной зависимости, отвечающей приближенной номограмме, погрешности аппроксимации и координаты точек бинарного поля. Приведем две номограммы (рис. 53 и 54), построенные рассматриваемым методом.

Пример 31. На рис. 53 изображена приближенная чебышевская номограмма формулы [22, 25]

$$K = 50(bh + mh^2) \left(\frac{bh + mh^2}{b + 2\sqrt{1 + m^2}h} \right)^{0,223 - 0,031\sqrt{\frac{bh + mh^2}{b + 2\sqrt{1 + m^2}h}}} \quad (66)$$

В формуле (66) K — модуль расхода при коэффициенте шероховатости $n = 0,020$ в полной формуле Н. Н. Павловского для коэффициента Шези C ; b — ширина трапецидального канала по дну; m — коэффициент заложения откосов; h — глубина воды в канале. Наибольшая относительная погрешность аппроксимации в величине K для пределов изменения переменных, в которых построена номограмма, не превышает 3%. На номограмме

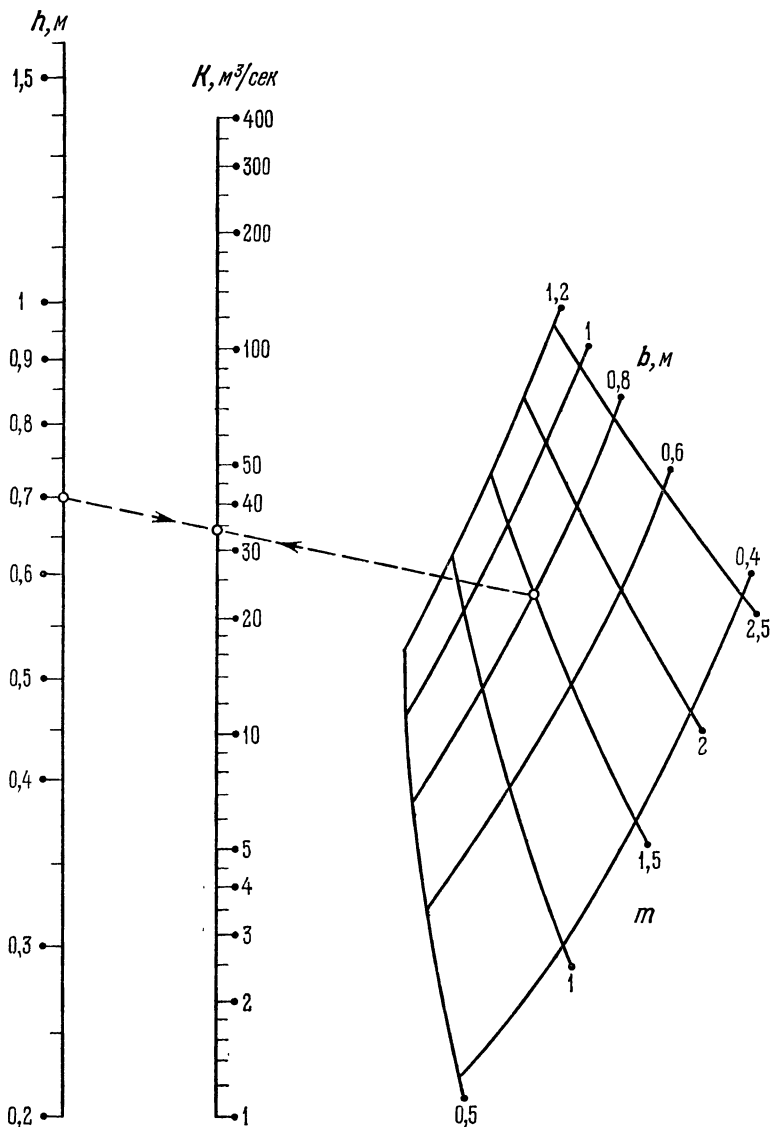


Рис. 53. Приближенная чебышевская номограмма из выравненных точек с параллельными шкалами h и K и бинарным полем (m , b) для формулы (66).

штриховой прямой показано решение числового примера (дано: $h = 0,7$ м, $b = 0,8$ м, $m = 1,5$; ответ $K = 34$ м³/сек). Чтобы обратиться к упомянутой выше программе построения приближенной чебышевской номограммы [25], нужно было предварительно

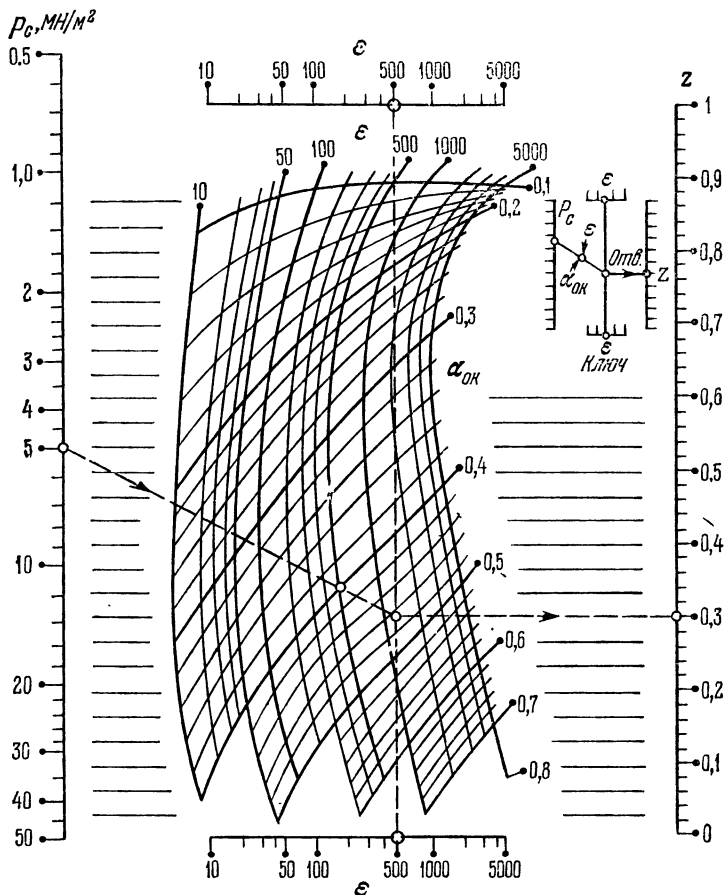


Рис. 54. Приближенная чебышевская номограмма для определения весовой доли конденсированных продуктов сгорания z (топливо: горючее — пентаборан B_5H_9 , окислитель — гидразин N_2H_4), построенная по таблице с тремя входами из справочника [27].

составить для формулы (66) таблицу с тремя входами. Эта работа была выполнена тоже с помощью ЭЦВМ.

Пример 32. На рис. 54 изображена приближенная номограмма [23, 26] для определения весовой доли конденсированных продуктов сгорания z (топливо: горючее — пентаборан B_5H_9 ,

окислитель — гидразин N_2H_4) в зависимости от коэффициента избытка окислителя $\alpha_{ок}$, степени расширения газов ε и давления на входе в сопло p_c . При ее построении была использована рассчитанная на ЭЦВМ по специальной программе таблица значений функции $z = f(\alpha_{ок}, \varepsilon, p_c)$ из справочника [27]. Наибольшая абсолютная погрешность аппроксимации этой таблицы не превышает 0,004, т. е. $|\Delta z| \leq 0,004$. Для улучшения бинарного поля $(\alpha_{ок}, \varepsilon)$ номограммы было применено повторение переменной ε и замена получившегося ортогонального поля (ε, z) шкалами ε и z . Пусть требуется определить по номограмме значение величины z , если $p_c = 5 \text{ МН/м}^2$, $\alpha_{ок} = 0,4$ и $\varepsilon = 500$. Находим на шкале p_c точку с пометкой $p_c = 5 \text{ МН/м}^2$, а в бинарном поле $(\alpha_{ок}, \varepsilon)$ — точку с пометками $\alpha_{ок} = 0,4$ и $\varepsilon = 500$. К найденным точкам прикладываем край линейки и отмечаем точку пересечения его с вертикальной прямой, проходящей через точки нижней и верхней шкал ε с пометкой $\varepsilon = 500$. Полученную точку с помощью горизонтальных направляющих прямых проектируем на шкалу z , где и читаем ответ $z = 0,3$. Решение этой задачи показано на номограмме штриховыми прямыми.

Таким образом, в двух рассмотренных примерах ЭЦВМ использовалась два раза — для расчета таблиц значений K и z и для расчета приближенных номограмм.

Приведем теперь пример приближенной номограммы, завершающей машинное решение сложной задачи.

Пример 33. Рассмотрим номографическое решение задачи по определению места разрыва газопровода [28]. Сначала она свелась к нелинейному дифференциальному уравнению в частных производных. Затем для этого уравнения было получено приближенное решение в аналитической форме, точность которого была оценена путем ряда просчетов на ЭЦВМ и оказалась достаточной. Однако из-за громоздкости использование его в практике было затруднительным. После некоторых преобразований найденное решение удалось привести к виду

$$F_\tau = \frac{\tau + \frac{2L^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} (1 - e^{-(n\pi/L)^2 \tau}) \cos \frac{n\pi}{L} (L-l)}{\tau + \frac{2L^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} (1 - e^{-(n\pi/L)^2 \tau}) \cos \frac{n\pi}{L} l}, \quad (67)$$

допускающему построение точной номограммы с ориентированным транспарантом. Здесь F_τ , τ и L — заданные параметры, а l — искомая координата места разрыва. Номограмма уравнения (67) приведена на рис. 55. Ее можно рассматривать как приближенную номограмму исходного дифференциального уравнения. Номограмма рис. 55 состоит из неподвижной плоскости и

транспаранта в виде линейки. На неподвижной плоскости номограммы нанесены поле (L, τ) , семейство линий F_τ и семейство горизонтальных направляющих прямых. На транспаранте построены фиксированная точка (стрелка) и ответная шкала l . Способ пользования номограммой заключается в следующем.

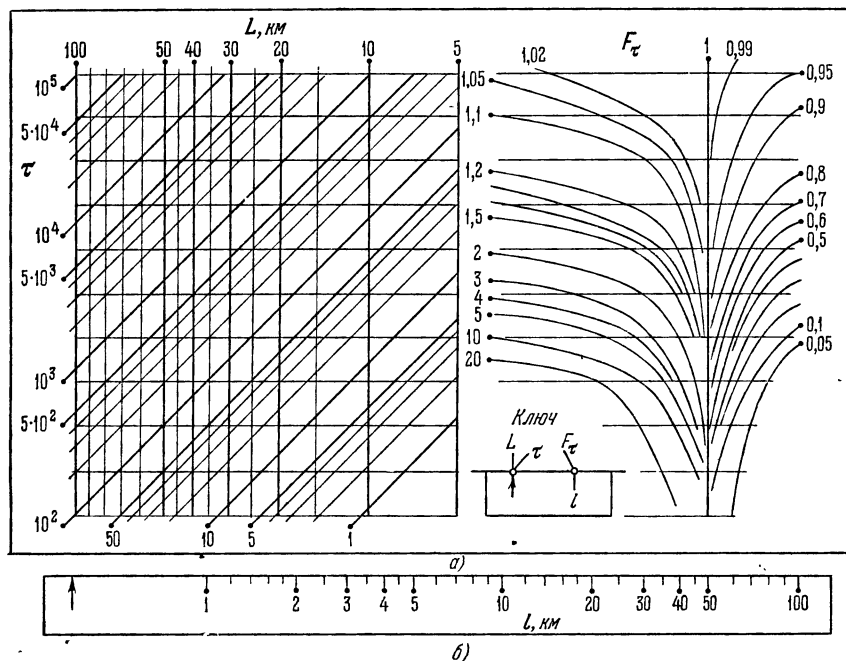


Рис. 55. Номограмма с ориентированным транспарантом в виде линейки для определения l из уравнения (67):

а — неподвижная плоскость; б — транспарант.

Накладываем транспарант на неподвижную плоскость так, чтобы стрелка совпала с точкой пересечения заданных линий L и τ , а носитель шкалы l был параллелен направляющим. Ответ l читаем на шкале l в точке пересечения ее с заданной линией F_τ . Ключ пользования приведен на номограмме. Расчет номограммы велся на ЭЦВМ.

§ 34. Применение номограмм и ЭЦВМ при решении трансцендентных уравнений

Одной из форм контакта номограмм и ЭЦВМ может служить решение трансцендентных уравнений методом последовательных приближений, когда нулевое приближение находится по номограмме, а следующие на ЭЦВМ.

Пример 34. При определении оптимального положения пункта сбора нефти в сети лучевого типа из условия минимума капиталовложений приходится находить координаты этого пункта из системы двух трансцендентных уравнений, содержащих, кроме искомых величин, большое число параметров. Непосредственное использование ЭЦВМ для решения этой задачи не всегда давало результат, так как при неудачно выбранном нулевом приближении процесс расходился. Дело коренным образом изменилось, когда для нахождения нулевых приближений был разработан номографический метод [29], основанный на результатах работы [17]. Согласно этому методу для заданной системы уравнений при конкретных значениях параметров строилась приближенная рабочая номограмма. Построение ее занимало несколько минут. Найденные по номограмме значения координат принимались за нулевое приближение, после чего задача успешно решалась на ЭЦВМ методом Ньютона. В дальнейшем метод, предложенный в работе [29], был усовершенствован [30].

Пример 35. При расчете совместной работы трех автогенераторов на согласованные нагрузки приходится определять основные переменные ψ_1 и ψ_3 и вспомогательные переменные Γ_1 и Γ_3 из системы четырех громоздких уравнений:

$$\begin{aligned} \Delta f_{12} = & \frac{6}{5} F_0 \frac{\sin \psi_1}{\frac{1 + \Gamma_1^2}{2\Gamma_1} + \cos \psi_1} - \\ & - \frac{6}{5} F_0 \left[\frac{\sin (2\theta_{12} - \psi_1)}{\Gamma_1} + \frac{\sin (2\theta_{32} - \psi_3)}{\Gamma_3} \right] \left[\frac{1}{2\Gamma_0^2} + \frac{\Gamma_0^2}{2} \left(\frac{1}{\Gamma_1^2} + \frac{1}{\Gamma_3^2} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma_1 \Gamma_3} \cos (2\theta_{12} - \psi_1 - 2\theta_{32} + \psi_3) + \frac{\cos (2\theta_{12} - \psi_1)}{\Gamma_1} + \frac{\cos (2\theta_{32} - \psi_3)}{\Gamma_3} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \Delta f_{32} = & \frac{6}{5} F_0 \frac{\sin \psi_3}{\frac{1 + \Gamma_3^2}{2\Gamma_3} + \cos \psi_3} - \\ & - \frac{6}{5} F_0 \left[\frac{\sin (2\theta_{12} - \psi_1)}{\Gamma_1} + \frac{\sin (2\theta_{32} - \psi_3)}{\Gamma_3} \right] \left[\frac{1}{2\Gamma_0^2} + \frac{\Gamma_0^2}{2} \left(\frac{1}{\Gamma_1^2} + \frac{1}{\Gamma_3^2} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma_1 \Gamma_3} \cos (2\theta_{12} - \psi_1 - 2\theta_{32} + \psi_3) + \frac{\cos (2\theta_{12} - \psi_1)}{\Gamma_1} + \frac{\cos (2\theta_{32} - \psi_3)}{\Gamma_3} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (69)$$

$$\Gamma_1^2 = \Gamma_0^2 \left[1 - \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_1^2} - \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_3^2} - 2 \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_1 \Gamma_3} \cos(2\theta_{32} - \psi_3 - 2\theta_{12} + \psi_1) \right] (1 + \Gamma_1^2 + 2\Gamma_1 \cos \psi_1) (1 - \Gamma_1^2)^{-1} \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_1^2} + \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_3^2} + 2 \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_1 \Gamma_3} \cos(2\theta_{32} - \psi_3 - 2\theta_{12} + \psi_1) + \right. \\ \left. + 2\Gamma_0^2 \left[\frac{\cos(2\theta_{12} - \psi_1)}{\Gamma_1} + \frac{\cos(2\theta_{32} - \psi_3)}{\Gamma_3} \right] \right\}^{-1}, \quad (70)$$

$$\Gamma_3^2 = \Gamma_0^2 \left[1 - \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_1^2} - \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_3^2} - 2 \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_1 \Gamma_3} \cos(2\theta_{12} - \psi_1 - 2\theta_{32} + \psi_3) \right] (1 + \Gamma_3^2 + 2\Gamma_3 \cos \psi_3) (1 - \Gamma_3^2)^{-1} \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_1^2} + \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_3^2} + 2 \frac{\Gamma_0^4}{\Gamma_1 \Gamma_3} \cos(2\theta_{12} - \psi_1 - 2\theta_{32} + \psi_3) + \right. \\ \left. + 2\Gamma_0^2 \left[\frac{\cos(2\theta_{12} - \psi_1)}{\Gamma_1} + \frac{\cos(2\theta_{32} - \psi_3)}{\Gamma_3} \right] \right\}^{-1} \quad (71)$$

при условиях устойчивости

$$\frac{\partial f_1}{\partial \psi_1} - \frac{\partial f_2}{\partial \psi_1} + \frac{\partial f_3}{\partial \psi_3} - \frac{\partial f_2}{\partial \psi_3} < 0, \\ \left(\frac{\partial f_1}{\partial \psi_1} - \frac{\partial f_2}{\partial \psi_1} \right) \left(\frac{\partial f_3}{\partial \psi_3} - \frac{\partial f_2}{\partial \psi_3} \right) - \frac{\partial f_2}{\partial \psi_1} \frac{\partial f_2}{\partial \psi_3} > 0, \quad (72)$$

где

$$f_1 = f_{01} - \frac{6}{5} F_0 \frac{\sin \psi_1}{\frac{1 + \Gamma_1^2}{2\Gamma_1} + \cos \psi_1}, \\ f_2 = f_{02} - \frac{6}{5} F_0 \left[\frac{\sin(2\theta_{12} - \psi_1)}{\Gamma_1} + \frac{\sin(2\theta_{32} - \psi_3)}{\Gamma_3} \right] \left[\frac{1}{2\Gamma_0^2} + \frac{\Gamma_0^2}{2} \left(\frac{1}{\Gamma_1^2} + \frac{1}{\Gamma_3^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma_1 \Gamma_3} \cos(2\theta_{12} - \psi_1 - 2\theta_{32} + \psi_3) + \frac{\cos(2\theta_{12} - \psi_1)}{\Gamma_1} + \frac{\cos(2\theta_{32} - \psi_3)}{\Gamma_3} \right]^{-1}, \\ f_3 = f_{03} - \frac{6}{5} F_0 \frac{\sin \psi_3}{\frac{1 + \Gamma_3^2}{2\Gamma_3} + \cos \psi_3}.$$

Здесь f_{01} , f_{02} , f_{03} , θ_{12} , θ_{32} , F_0 и Γ_0 — параметры; $\Delta f_{12} = f_{01} - f_{02}$, $\Delta f_{32} = f_{03} - f_{02}$; f_1 , f_2 и f_3 — функции основных и вспомогательных переменных ψ_1 , ψ_3 , Γ_1 , Γ_3 и параметров.

Непосредственное решение этой задачи на ЭЦВМ методом последовательных приближений связано с трудностями из-за наличия нескольких пар решений ψ_1 и ψ_3 , удовлетворяющих системе уравнений (68) — (71) и условиям (72), и отсутствия способа получения достаточно точного нулевого приближения. Для

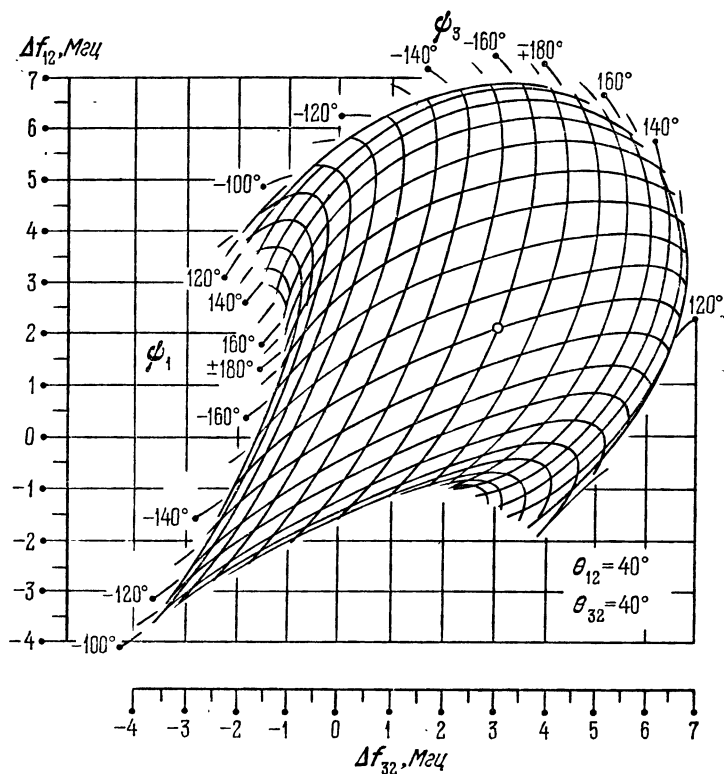


Рис. 56. Сетчатая номограмма для решения системы уравнений (68) — (71) при условиях (72) относительно ψ_1 и ψ_3 , построенная при $\Gamma_0 = 0,1$, $F_0 = 10$ Мгц, $\theta_{12} = 40^\circ$, $\theta_{32} = 40^\circ$.

решения этой задачи в работе [31] были построены 69 сетчатых номограмм при $\Gamma_0 = 0,1$ и $F_0 = 10$ Мгц для 241 комбинаций фиксированных значений θ_{12} и θ_{32} . Номограммы были построены с помощью ЭЦВМ и графопостроителя (см. § 35).

Номограммы позволили выявить случаи, когда существует несколько пар решений ψ_1 и ψ_3 , одна пара или когда совсем нет решений. Точность номограмм оказалась достаточной для большинства задач, встречающихся на практике, что дало возможность обходиться без ЭЦВМ, используя для определения ψ_1

и ψ_3 только номограммы. При необходимости же получения ответов с большей точностью стало возможным использовать найденные по номограммам решения в качестве нулевых приближений и уточнять их на ЭЦВМ методом последовательных приближений.

На рис. 56 приведена номограмма 18 из этой работы для случая, когда $\theta_{12} = 40^\circ$ и $\theta_{32} = 40^\circ$. Номограмма состоит из ортогональной равномерной сетки (Δf_{12} , Δf_{32}) и криволинейного бинарного поля (ψ_1 , ψ_3), построенного в границах, определяемых условиями устойчивости (72). Пометки прямых Δf_{12} и Δf_{32} поля (Δf_{12} , Δf_{32}) нанесены для удобства пользования на шкалах Δf_{12} и Δf_{32} . Из номограммы видно, что для данной комбинации значений θ_{12} и θ_{32} получается либо одно решение ψ_1 и ψ_3 , когда точка пересечения заданных прямых Δf_{12} и Δf_{32} попадает в бинарное поле (ψ_1 , ψ_3), либо ни одного, когда точка пересечения заданных прямых Δf_{12} и Δf_{32} находится вне бинарного поля. Пусть $\Delta f_{12} = 2$ Мгц, $\Delta f_{32} = 3,1$ Мгц. По номограмме получаем $\psi_1 = -140^\circ$, $\psi_3 = -160^\circ$. На номограмме ответная точка в поле (ψ_1 , ψ_3) отмечена кружочком.

§ 35. Автоматизация расчета и построения номограмм с помощью ЭЦВМ

Первым этапом автоматизации расчета номограмм на ЭЦВМ была разработка программ для расчета шкал [32]. Отличительной ее особенностью являлся автоматический выбор шага на шкале. Требовалось задать лишь уравнения шкалы и пределы изменения переменной. Эта идея получила дальнейшее развитие в работах [33—43]. Были созданы системы процедур для автоматического построения элементов номограмм (шкал и семейств линий) на АЦПУ [33—37] и графопостроителе, подключенном к БЭСМ-6 [33, 34, 38—43].

С помощью АЦПУ можно получать лишь эскизы номограмм. При этом шкалы, семейства линий и бинарные поля выдаются в виде набора точек, роль которых играют символы АЦПУ. Эскиз номограммы оформляется вручную путем проведения через соответствующие точки линий и надписывания отвечающих этим точкам пометок.

При наличии ЭЦВМ, подключенного к ней графопостроителя и указанного математического обеспечения построение рабочих номограмм значительно упрощается. В этом случае предварительная работа по их построению сводится к выбору типа номограммы, подбору параметров преобразования и произвольных функций в зависимости от размеров чертежа, требуемой точности получения ответа и пределов изменения переменных, написанию уравнений элементов номограммы и построению ее эс-

киза. Имея уравнения элементов номограммы, пределы изменения переменных и эскиз номограммы, можно приступить к написанию программы для построения номограммы с помощью ЭЦВМ и графопостроителя. Программа пишется на языке АЛГОЛ-60. В ней указываются уравнения элементов номограммы, пределы изменения переменных и обращения к процедурам автоматического построения элементов номограмм.

Пример 36. Номограмма рис. 36 для формулы (48) (см. пример 18) была построена с помощью ЭЦВМ и графопостроителя. Приводим соответствующий алгольный текст программы:

```
begin real x, y, z, v, A;
procedure wz(z, x, y); begin x:=0; y:=37,5 ×
                                × (.4343 × ln(z) + 2) end;
procedure wv(v, x, y); begin x:=70; y:=75 ×
                                × (— .4343 × ln(v) + .778) end;
procedure wA(A, x, y); begin x:=35/A; y:=37.5 ×
                                × (2 × A — .5)/A end;
nuct(1, 1, 150, 0);
rshk(.01, 15, —1, 1, wz); rshk(.15, 6, 1, 1, wv);
rshk(.3, 1, 1, 1, wA); bxy(150, 200) end
```

Здесь процедуры *wz*, *wv* и *wA* — это процедуры расчета координат *x* и *y* для шкал *z*, *v* и *A*. Процедура *nuct* (начальная установка пера) служит для выбора начала координат. Процедура *rshk* служит для расчета и построения шкал. К этой процедуре пришлось обратиться три раза, так как в номограмме три шкалы. Процедура *bxy* служит для вывода пера за пределы чертежа номограммы (150 и 200 — это координаты точки, в которую выводится перо). Затрата машинного времени на построение номограммы составила 56 сек. В приведенной программе не была предусмотрена надпись обозначений шкал переменных.

Номограммы, построенные с помощью ЭЦВМ и графопостроителя, подвергаются незначительной редакционной правке, связанной с некоторым несовершенством процедур автоматического построения элементов номограмм. Далее с построенных номограмм снимается калька.

Первой публикацией рабочих номограмм, выполненных на ЭЦВМ и графопостроителе, были номограммы для расчета газопроводов [44]. Затем был построен ряд других номограмм [4, 45, 30]. Следует особо отметить упоминавшуюся выше работу [31] (см. пример 35), которая содержит серию номограмм для сложной системы уравнений, построение которых без ЭЦВМ и графопостроителя было бы практически невозможным.

Разработка процедур для автоматического построения номограмм на ЭЦВМ и графопостроителе открывает реальные перспективы для машинного конструирования номограмм, включающего в себя определение параметров и произвольных функций, когда задаются формула, пределы изменения переменных, размеры листа и тип номограммы, а выдается рабочая номограмма. Предварительное нахождение уравнений элементов номограммы и построение эскиза становятся ненужными.

В этом направлении уже получен ряд интересных результатов. Разработан машинный алгоритм построения номограмм из выравненных точек для уравнений вида

$$f_1 + f_2 = f_3$$

со шкалами заданных переменных на коническом сечении и ответной прямолинейной шкалой, наилучшим образом приближающейся к равномерной или логарифмической [46]. Предложен машинный алгоритм построения приближенных номограмм из выравненных точек с двумя криволинейными шкалами и ответной прямолинейной шкалой для зависимости, заданной таблицей с двумя входами [47]. Развита машинный алгоритм построения номограмм из выравненных точек с семейством дужек и двумя параллельными шкалами для уравнения с тремя переменными [48]. Предложены машинные алгоритмы конструирования номограмм из равноудаленных точек для уравнения [49]

$$f_{12} = f_{34} + f_{35}$$

и номограмм из выравненных точек для системы уравнений [50]

$$\begin{aligned} f_3 &= Af_1 + Bf_2, \\ f_4 &= Cf_1 + Df_2, \\ f_5 &= Ef_1 + Ff_2. \end{aligned} \tag{73}$$

Отличительной особенностью перечисленных работ является то, что составленные в них при некоторых допущениях программы дают возможность после ввода в них исходных данных, работы ЭЦВМ и графопостроителя сразу получить готовую рабочую номограмму.

Пример 37. На рис. 57 приведена номограмма [50] из выравненных точек для определения w , z и t по формулам

$$\begin{aligned} w &= u^{0,5}v^{0,7}, \\ z &= u^{1,4}v^{2,5}, \\ t &= u^3v^2. \end{aligned} \tag{74}$$

При построении номограммы были выбраны следующие пределы изменения переменных:

$$0,1 \leq u \leq 10,$$

$$2 \leq v \leq 30,$$

$$0,5 \leq w \leq 34,$$

$$0,2 \leq z \leq 10^5,$$

$$0,005 \leq t \leq 10^6.$$

На номограмме показано решение числового примера (дано: $u = 0,27$; $v = 10$; ответы: $w = 2,6$; $z = 50$; $t = 2$). Номограмма построена с помощью ЭЦВМ и графопостроителя по программе

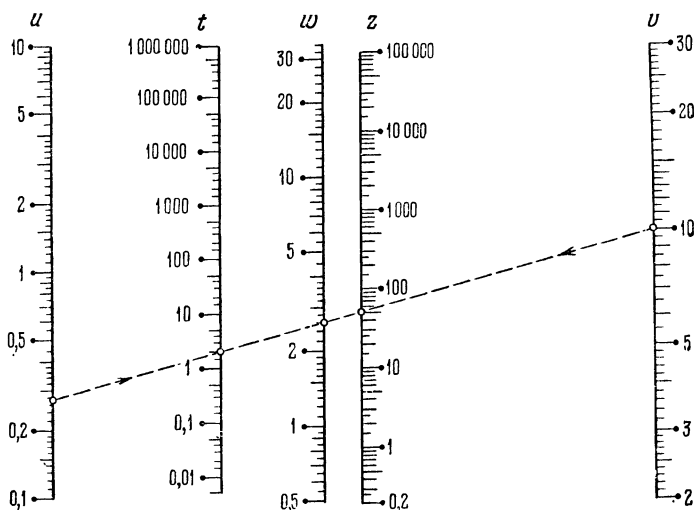


Рис. 57. Номограмма из выравненных точек с параллельными логарифмическими шкалами, построенная с помощью ЭЦВМ и графопостроителя по специальной программе для автоматического конструирования номограмм системы уравнений (73).

для автоматического конструирования шкальных номограмм из выравненных точек для системы уравнений (73). Система уравнений (74) приводится к системе уравнений (73) путем логарифмирования:

$$\ln w = 0,5 \ln u + 0,7 \ln v,$$

$$\ln z = 1,4 \ln u + 2,5 \ln v,$$

$$\ln t = 3 \ln u + 2 \ln v.$$

Следовательно, $f_1 = \ln u$; $f_2 = \ln v$; $f_3 = \ln w$; $f_4 = \ln z$; $f_5 = \ln t$; $A = 0,5$; $B = 0,7$; $C = 1,4$; $D = 2,5$; $E = 3$; $F = 2$. При конструировании номограммы расстояние между крайними шкалами было выбрано равным 160 мм, длина крайних шкал была назначена 120 мм. Ниже приведен алгольный текст, который был написан для построения этой номограммы:

begin

array $a[1:10]$, $b[1:5]$, $c[1:6]$;

real procedure $f1(u)$; $f1 := \ln(u)$;

real procedure $f2(v)$; $f2 := \ln(v)$;

real procedure $f3(w)$; $f3 := \ln(w)$;

real procedure $f4(z)$; $f4 := \ln(z)$;

real procedure $f5(t)$; $f5 := \ln(t)$;

input (a, b, c);

инсу (120, 160, 1, $a, b, c, f1, f2, f3, f4, f5$); **end**

◇2: .1, 10, 2, 30, .5, 34, .2, $_{10}5$, .005, $_{10}6$; 111, 112

113, 114, 062; .5, .7, 1.4, 2.5, 3, 2

Здесь a — массив чисел, означающих пределы изменения переменных u, v, w, z, t соответственно; b — массив чисел, означающих кодовые номера букв u, v, w, z, t ; c — массив числовых значений коэффициентов A, B, C, D, E, F соответственно; **инсу** — имя процедуры, с помощью которой конструируется и вычерчивается номограмма для системы уравнений (шкальная номограмма системы уравнений). Первое число, стоящее в скобках после процедуры **инсу**, означает длину шкал, равную 120 мм; следующее число означает расстояние между крайними шкалами u и v , равное 160 мм. Третье число является масштабным коэффициентом, на который умножаются в процессе расчета координаты элементов номограммы. В данном случае коэффициент равен 1, т. е. шкалы будут иметь длину 120 мм и расстояние между крайними шкалами будет 160 мм.

§ 36. О контактах номограмм и аналоговых вычислительных машин

Большой интерес представляет также совместное использование номограмм и аналоговых вычислительных машин. Используя особенности номограмм и аналоговых вычислительных машин, иногда удается эффективно решать задачи, которые иными путями решаются очень сложно.

Пример 38. Рассмотрим решенную в работе [51] задачу по детальному расчету конденсаторов паровых турбин, которая описывается квазилинейным дифференциальным уравнением в частных производных с граничными условиями второго рода.

Это уравнение решалось методом последовательных приближений на аналоговой машине УСМ-1 (универсальная сеточная

модель 1). Метод решения состоял в задании по области правой части дифференциального уравнения — искомой функции, нахождения на УСМ-1 градиента искомой функции и проверки первоначально заданной функции. Пересчет от градиента искомой функции к правой части требовал решения системы 22 трансцендентных уравнений с девятью переменными параметрами, причем ряд зависимостей, входящих в систему уравнений, был задан графиками и таблицами. Лишь после того, как эта система была номографирована, удалось быстро решить задачу на УСМ-1.

На рис. 58 и 59 приведены две номограммы из этой работы, построенные для решения систем уравнений

$$\begin{aligned} 10^{0,2D'-2,2} &= F(p, \varepsilon) \left(\frac{d}{0,019} \right)^{0,805} B^{-8/7} C^{-1} \omega^{-0,183}, \\ 10^{0,4E'-5,8} &= \Phi(p, \varepsilon) d^{0,75} B^{-1,5} \omega^{-0,75} \end{aligned} \quad (75)$$

и

$$\begin{aligned} t_{\text{гр}} &= t' + z + z^{8/7} 10^{0,2D'-2,2}, \\ p_{\text{гр}}(t_{\text{гр}}) &= p_{\text{н}} - z^{1,5} 10^{0,4E'-5,8}. \end{aligned} \quad (76)$$

Функции $F(p, \varepsilon)$, $\Phi(p, \varepsilon)$ и $p_{\text{гр}}(t_{\text{гр}})$ в уравнениях (75) и (76) заданы таблицами, которые здесь не приводятся.

Номограмма рис. 58 — ромбоидальная. На ней построением параллелограмма решается система уравнений (75) относительно D' и E' при шести переменных параметрах ε , p , C , d , B и ω . Ключ пользования показан на номограмме. В поле (p, ε) номограммы семейство линий p для значений ε в пределах от 0,0005 до 0,4 практически является семейством прямых, параллельных прямому D' . Отсюда следует, что в пределах $0,0005 \leq \varepsilon \leq 0,4$ величина D' не зависит от ε . Из номограммы также видно, что величины E' и D' слабо зависят от величины C , поскольку в поле (C, d) она представлена узким семейством параллельных прямых.

Номограмма рис. 59 относится к классу номограмм с ориентированным транспарантом. Она дает возможность решать систему уравнений (76) относительно $t_{\text{гр}}$ и z при четырех переменных параметрах t' , $p_{\text{н}}$, D' и E' . На неподвижной плоскости номограммы расположены поля $(p_{\text{н}}, t_{\text{гр}})$ и (D', z) , на транспаранте — шкалы E' и (E') , t' и (t') . Шкала (E') имеет пределы от 0 до 7; ей соответствует шкала (t') ; шкала E' построена в пределах от 7 до 14,5; ей отвечает шкала t' ; пределы шкал (t') и t' одинаковы от 0 до 40°C.

Ключ пользования номограммой для случая, когда заданное значение E' находится в пределах шкалы E' , показан на транспаранте. В форме контактов при условии ориентированного

наложения транспаранта на неподвижную плоскость он записывается так:

$$(t_{гр}, p_n) = |t', (z, D')| = |E'.$$

Для определения $t_{гр}$ и z перемещаем транспарант по неподвижной плоскости так, чтобы вертикальные его стороны были параллельны прямым $t_{гр}$, а горизонтальные — прямым z . Находим

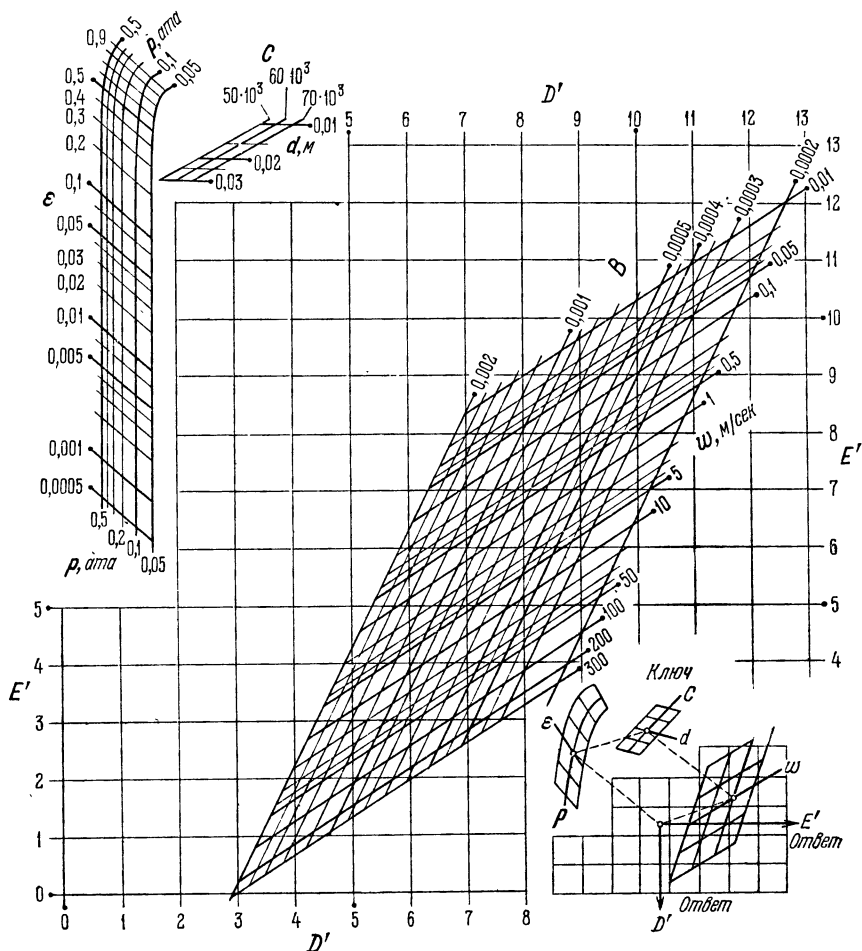


Рис. 58. Ромбоидальная номограмма для определения D' и E' из системы уравнений (75).

такое положение транспаранта, когда совместятся заданная точка E' и заданная линия D' , заданная точка t' и заданная линия

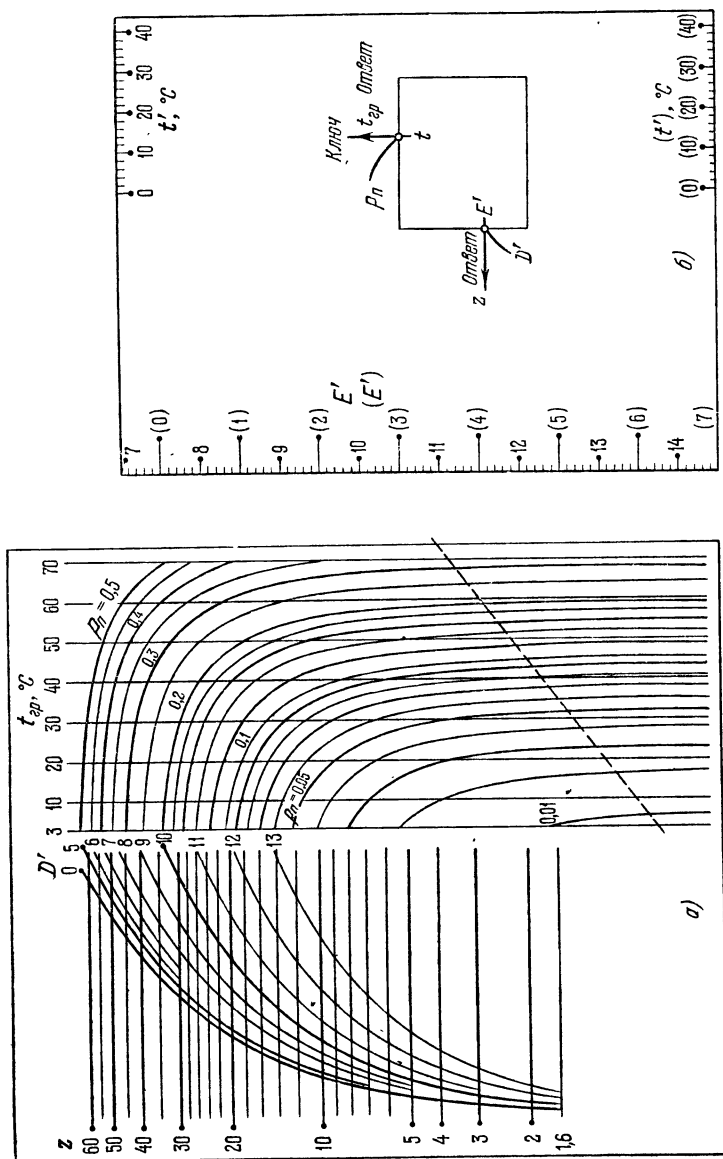


Рис. 59. Номограмма с ориентированным транспарантом для определения t_{tr} и z из системы уравнений (76):
 а — неподвижная плоскость; б — транспарант.

$p_{\text{п}}$. Ответы z и $t_{\text{гр}}$ дадут пометки прямых z и $t_{\text{гр}}$, проходящих через заданные точки E' и t' на шкалах транспаранта.

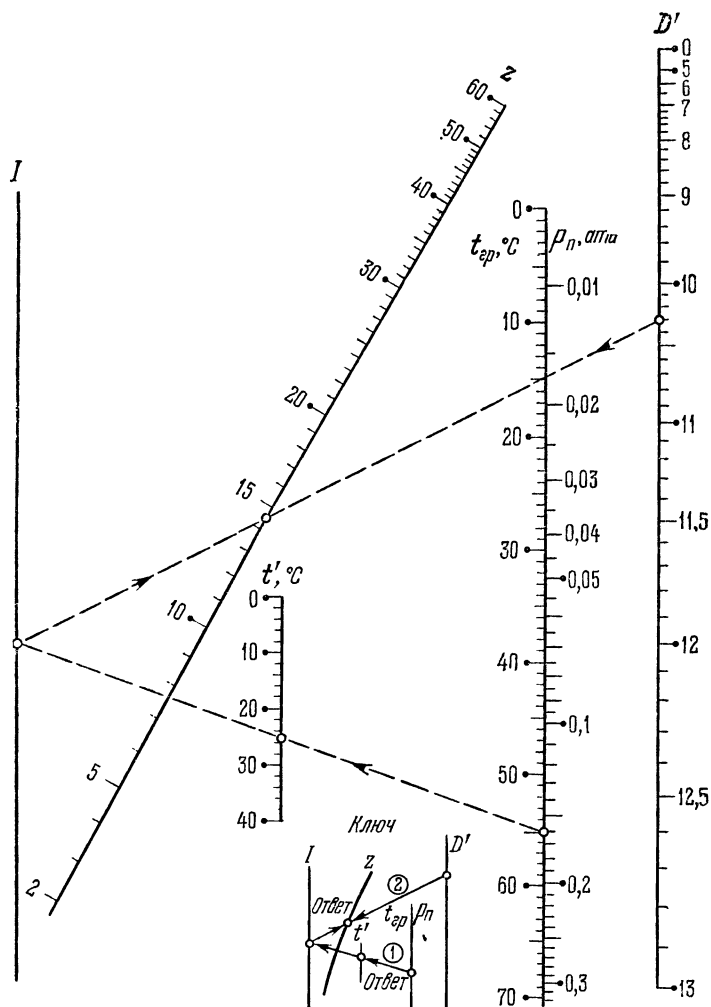


Рис. 60. Составная шкальная номограмма из выравненных точек для определения $t_{\text{гр}}$ и z из системы уравнений (77).

С помощью номограммы рис. 59 можно найти область, в которой величина $t_{\text{гр}}$ является функцией только $p_{\text{п}}$. Эта область находится ниже штриховой прямой, проведенной в поле $(p_{\text{п}}, t_{\text{гр}})$ на неподвижной плоскости. В этой области линии $p_{\text{п}}$ становятся практически прямыми, параллельными прямым $t_{\text{гр}}$. Здесь каж-

дому значению $p_{\text{п}}$ отвечает определенное значение $t_{\text{гр}}$, т. е. второе уравнение системы (76) вырождается в уравнение

$$p_{\text{гр}}(t_{\text{гр}}) = p_{\text{п}}.$$

Таким образом, в данном случае система уравнений (76) упрощается и принимает вид

$$p_{\text{гр}}(t_{\text{гр}}) = p_{\text{п}}, \quad t_{\text{гр}} = t' + z + z^{8/7} 10^{0,2D' - 2,2}. \quad (77)$$

Система уравнений (77) представлена в работе [51] шкальной номограммой из выравненных точек, включающей в себя сдвоенную шкалу $t_{\text{гр}}$ и $p_{\text{п}}$. Ответ z находится по номограмме двумя наложениями линейки. Номограмма приведена на рис. 60. На номограмме приведено решение числового примера (дано: $p_{\text{п}} = 0,16$ ата, $t' = 25^\circ\text{C}$, $D' = 10,3$; ответы: $t_{\text{гр}} = 55^\circ\text{C}$, $z = 14,5$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развитие современной номографии идет в двух направлениях: с одной стороны, разрабатываются методы номографирования и решаются вопросы теоретической номографии, с другой стороны, создаются номограммы для решения различных прикладных задач. Номограммы применяются в строительном деле, машиностроении, теплотехнике, электротехнике; радиотехнике, гидротехнике, гидравлике, мелиорации, водоснабжении, канализации, биологии, климатологии, гидрологии, геодезии, картографии, экономике, статистике, сельском хозяйстве, медицине, горном деле, техническом нормировании, химии, физике и других отраслях науки и техники.

У нас и за рубежом постоянно публикуются монографии и учебные пособия по номографии ([52 — 54, 12, 10, 55 — 58, 6, 59 — 62] и [63 — 89]), номографические сборники ([90 — 92] и [93, 94]), сборники номограмм ([95 — 99, 8, 100 — 107, 51, 108 — 116, 16, 44, 117, 31, 118] и [119 — 127]), статьи в научных и инженерных журналах и сборниках.

На некоторые зарубежные номографические работы написаны рецензии [128]. Составлена библиография советских работ по номографии и графическим методам [129].

Систематической разработкой новых методов номографирования [12, 10, 91, 92, 17, 6, 60, 62] и построением рабочих номограмм [8, 101 — 107, 51, 110, 111, 16, 44, 31, 118] занимается сектор номографии Вычислительного центра АН СССР. С 1962 г. этот сектор регулярно выпускает номографические сборники [92]. В одиннадцати опубликованных сборниках содержится более 200 оригинальных статей по различным вопросам теоретической и практической номографии. При секторе номографии Вычислительного центра АН СССР работает семинар по номографии.

Основным пособием по изучению современных методов построения номограмм может служить монография [62]. В качестве дополнения к ней можно рекомендовать номографические сборники и рабочие номограммы, выпускаемые Вычислительным центром АН СССР.

Перечислим наиболее важные результаты по методам построения номограмм, полученные за последнее время [90—94, 12, 6, 46—50, 62, 130]. Усовершенствованы методы построения номограмм из выравненных точек. Разработана методика построения номограмм с ориентированным транспарантом, с одной степенью свободы перемещения транспаранта, ромбоидальных, барицентрических, приспособляемых номограмм из равноудаленных точек и приспособляемых циркульных номограмм. Предложены различные методы приближенного номографирования. Развита номографические методы исследования функциональных зависимостей (исследование экстремальных свойств, подбор параметров эмпирических формул, исследование влияния различных переменных на ответ, аппроксимация одной функции другой и др.) и основанное на них применение номограмм в научно-исследовательской работе. Интересные результаты получены в автоматизации построения номограмм с помощью ЭЦВМ и графопостроителя. На основе разработанных методов номографирования было построено большое число рабочих номограмм для решения сложных задач из различных областей науки и техники.

Значение номограмм как наиболее простого, дешевого и доступного средства рационализации различных расчетов увеличивается по мере внедрения ЭЦВМ в народное хозяйство, так как с расширением круга сложных задач, решаемых с помощью ЭЦВМ, соответственно расширяется и круг более простых задач, для решения которых самыми выгодными являются номографические методы. Поэтому и в век электронных машин актуальной задачей является дальнейшее развитие номографии и расширение ее практических приложений. Большую роль здесь призвана сыграть машинная номография, открывающая широкие возможности для массового построения номограмм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаптева Д. Г., О номографическом решении одной задачи гидравлики грунтовых вод, в кн.: «Номографический сборник № 2», М., ВЦ АН СССР, 1964, 29—35.
2. Ульмасов Н., Номограмма из выравненных точек для решения одного трансцендентного уравнения с тремя параметрами, в кн.: «Номографический сборник № 1», М., ВЦ АН СССР, 1962, 39—44.
3. Хованский Г. С., Приспособляемые номограммы из равноудаленных точек, в кн.: «Номографический сборник № 4», М., ВЦ АН СССР, 1967, 95—134.
4. Кренке А. Н., Хованский Г. С., Расчет протяженности зон льдообразования в нестационарных условиях, Материалы гляциологических исследований, вып. 23. Секция гляциологии Межведомственного Геофизического Комитета, Институт географии АН СССР, М., 1974, 25—34.
5. Лаптева Д. Г., Сопоставление методов номографирования уравнения $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 = 0$, в кн.: «Номографический сборник № 4», М., ВЦ АН СССР, 1967, 51—64.
6. Хованский Г. С., Методы номографирования, М., ВЦ АН СССР, 1964.
7. Хованский Г. С., Применение номограмм для исследования экстремальных свойств функциональных зависимостей, в кн.: «Номографический сборник № 3», М., ВЦ АН СССР, 1965, 76—102.
8. Хованский Г. С., Номографические расчеты в гидравлике, М., Изд-во АН СССР, 1956.
9. Хованский Г. С., Номограмма для расчета трубопроводов при ламинарном и турбулентном режимах течения, «Нефтяное хозяйство», 1956, № 6.
10. Хованский Г. С., Эффективный метод построения номограмм для произведения степенных функций, М., ВЦ АН СССР, 1959.
11. Чорбаджиев Д. П., Элементарное обоснование метода основных номограмм, в кн.: «Номографический сборник № 4», М., ВЦ АН СССР, 1967, 65—75.
12. Хованский Г. С., Номограммы с ориентированным транспарантом, М., Гостехиздат, 1957.
13. Номограммы для определения расстояний между дренами в однородных и слоистых грунтах (проспект), Министерство мелиорации и водного хозяйства СССР, Всесоюзное объединение «Союзводпроект», Выставка достижений народного хозяйства, М., Всесоюзное объединение «Союзводпроект», 1970.
14. Гусев С. И., Номографический метод определения оптимальных параметров дренажа, в кн.: «Номографический сборник № 6», М., ВЦ АН СССР, 1969, 47—54.
15. Гусев С. И., Баричесентрическая номограмма для расчета несовершенного дренажа, в кн.: «Номографический сборник № 7», М., ВЦ АН СССР, 1970, 9—13.

16. Гусев С. И., Хованский Г. С., Номограммы для расчета горизонтального дренажа, М., ВЦ АН СССР, 1972.

17. Улановский В. П., Хованский Г. С., Интерполирование табличных функций многих переменных средствами численного и номографического представления, М., ВЦ АН СССР, 1963.

18. Хованский Г. С., Силаева Е. А., О номографировании обобщенных уравнений третьего и четвертого номографического порядка и формул последовательной линейной интерполяции в таблицах с несколькими входами, ДАН СССР, 1971 199, № 6, 1253—1256.

19. Хованский Г. С., Силаева Е. А., Номографирование обобщенных уравнений третьего и четвертого номографического порядка и формул последовательной линейной интерполяции в таблицах с тремя и четырьмя входами, в кн.: «Номографический сборник № 9», М., ВЦ АН СССР, 1973, 114—136.

20. Силаева Е. А., Некоторые обобщения уравнений третьего и четвертого номографических порядков, Диссертация, МОПИ им. Н. К. Крупской, 1972.

21. Евстафьев Н. В., О номографировании одной таблицы с двумя входами, в кн.: «Номографический сборник № 6», М., ВЦ АН СССР, 1969, 3—5.

22. Умаров Ф., Хованский Г. С., Методика построения приближенных номограмм из выравненных точек типа Коши для зависимостей с четырьмя переменными, в кн.: «Номографический сборник № 8», М., ВЦ АН СССР, 1971, 85—93.

23. Умаров Ф., Метод построения приближенных чебышевских номограмм для одного класса зависимостей с четырьмя переменными и некоторые его приложения, Диссертация, М., ВЦ АН СССР, 1973.

24. Умаров Ф., Расчет на ЭЦВМ приближенных номограмм из выравненных точек типа Коши для таблиц с тремя входами, в кн.: «Номографический сборник № 9», М., ВЦ АН СССР, 1973, 152—158.

25. Умаров Ф., Решение задачи о представлении таблицы с тремя входами приближенной чебышевской номограммой из выравненных точек с двумя параллельными шкалами и полем, Инф. бюлл.: «Алгоритмы и программы», вып. 2 (Материалы гос. фонда алгоритмов и программ), М., ВНИЦентр, 1973.

26. Алемасов В. Е., Дрегалин А. Ф., Тишин А. П., Умаров Ф., Хованский Г. С., Приближенные номограммы для характеристик продуктов сгорания химических топлив, Изв. вузов, Авиационная техника, 1972, № 4, 73—81.

27. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания, Справочник под ред. акад. В. П. Глушко, М., ВИНТИ, т. 4, 1973.

28. Борисов С. Н., Номографирование приближенного решения одного дифференциального уравнения в частных производных, в кн.: «Номографический сборник № 5», М., ВЦ АН СССР, 1968, 35—45.

29. Борисов С. Н., Лаптева Д. Г., Номографический способ определения нулевых приближений при решении одной системы трансцендентных уравнений, в кн.: «Номографический сборник № 3», М., ВЦ АН СССР, 1965, 7—15.

30. Борисов С. Н., Номографический метод решения задачи Штейнера, в кн.: «Номографический сборник № 10», М., ВЦ АН СССР, 1975, 31—43.

31. Ляшенко О. Н., Сборник номограмм для расчета синхронной работы автогенераторов, М., ВЦ АН СССР, 1975.

32. Борисов С. Н., Автоматизация расчета шкал номограмм, в кн.: «Номографический сборник № 2», М., ВЦ АН СССР, 1964, 85—90.

33. Чибисов В. В., Автоматизация построения номограмм и графиков функций, Диссертация, М., ВЦ АН СССР, 1972.

34. Чибисов В. В., Автоматизация построения номограмм и графиков функций, Автореферат дисс. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук, М., ВЦ АН СССР, 1973.

35. Чибисов В. В., Применение широкоформатной печати ЭЦВМ для построения эскизов номограмм, в кн.: «Номографический сборник № 8», М., ВЦ АН СССР, 1971, 135—144.

36. Чибисов В. В., Автоматизация расчета и построения шкал на ЭЦВМ с использованием АЦПУ, Инф. бюлл.: «Алгоритмы и программы», вып. 1 (Материалы гос. фонда алгоритмов и программ), М., ВИНТИ, 1971.

37. Чибисов В. В., Построение номограмм на АЦПУ машины БЭСМ-6 с автоматическим выбором шага, в кн.: «Номографический сборник № 9», М., ВЦ АН СССР, 1973, 159—168.

38. Чибисов В. В., Вычерчивание и оформление номограмм на графопостроителе, подключенном к машине БЭСМ-6, в кн.: «Номографический сборник № 9», М., ВЦ АН СССР, 1973, 169—176.

39. Чибисов В. В., Использование графопостроителя КАЛЬКОМП-763 на машине БЭСМ-6 ВЦ АН СССР, в сб.: «Обработка информации в системе человек — машина», М., ВЦ АН СССР, 1973.

40. Чибисов В. В., Система процедур нижнего уровня на языке АЛГОЛ-60 для подключения графопостроителя к машине БЭСМ-6, Инф. бюлл.: «Алгоритмы и программы», вып. 1 (Материалы гос. фонда алгоритмов и программ), М., ВНТИЦентр, 1973.

41. Чибисов В. В., Вычерчивание и оформление графиков функций одной переменной на графопостроителе, подключенном к БЭСМ-6, Инф. бюлл.: «Алгоритмы и программы», вып. 1 (Материалы гос. фонда алгоритмов и программ), М., ВНТИЦентр, 1973.

42. Чибисов В. В., Построение и оформление на графопостроителе шкал и семейств линий, заданных параметрическими уравнениями, Инф. бюлл.: «Алгоритмы и программы», вып. 1 (Материалы гос. фонда алгоритмов и программ), М., ВНТИЦентр, 1973.

43. Чибисов В. В., Вычерчивание на графопостроителе линий уровня для функции двух переменных, заданных таблично в узлах произвольной сетки, Инф. бюлл.: «Алгоритмы и программы», вып. 1 (Материалы гос. фонда алгоритмов и программ), М., ВНТИЦентр, 1973.

44. Борисов С. Н., Сборник номограмм из равноудаленных точек для гидравлического расчета газопроводов, М., ВЦ АН СССР, 1973.

45. Борисов С. Н., Султанова З. Т., Номограммы для определения номинальной толщины стенки трубы, ДАН Азербайджанской ССР, 1974 30, № 6, 8—10.

46. Борисов С. Н., Чибисов В. В., Конструирование и вычерчивание номограмм второго жанра для уравнения вида $f_1 + f_2 = f_3$ с использованием ЭЦВМ, в кн.: «Номографический сборник № 10», М., ВЦ АН СССР, 1975, 54—62.

47. Чибисов В. В., Об одном методе расчета на ЭЦВМ приближенной номограммы второго жанра с заданной ответной шкалой, в кн.: «Номографический сборник № 10», М., ВЦ АН СССР, 1975, 68—75.

48. Чибисов В. В., Построение номограмм из выравненных точек с семейством дужек и двумя параллельными шкалами с помощью ЭЦВМ и графопостроителя, в кн.: «Номографический сборник № 10», М., ВЦ АН СССР, 1975, 63—67.

49. Борисов С. Н., Автоматизация конструирования номограмм из равноудаленных точек для уравнения $f_{12} = f_{34} + f_{35}$, в кн.: «Номографический сборник № 11», М., ВЦ АН СССР, 1976, 71—79.

50. Лаптева Д. Г., Автоматизация построения номограмм из выравненных точек с параллельными шкалами для системы уравнений $f_3 = Af_1 + Bf_2$, $f_4 = Cf_1 + Df_2$, $f_5 = Ef_1 + Ff_2$, в кн.: «Номографический сборник № 11», М., ВЦ АН СССР, 1976, 66—70.

51. Дерюгин В. Ф., Чорбаджиев Д. П., Детальный расчет конденсаторов паровых турбин на аналоговых вычислительных машинах с использованием номограмм, М., ВЦ АН СССР, 1965.
52. Пентковский М. В., Номография, М. — Л., Гостехиздат, 1949.
53. Невский Б. А., Справочная книга по номографии, М. — Л., Гостехиздат, 1951.
54. Пентковский М. В., Скелеты номограмм уравнений третьего номографического порядка, М., Изд-во АН СССР, 1953.
55. Глаголев А. А., Номография для школьника, М., Гос. учебн.-пед. изд-во Мин. просвещения РСФСР, М., 1959.
56. Пентковский М. В., Считающие чертежи (номограммы), М., Физматгиз, 1959.
57. Глаголев Н. А., Курс номографии, изд. 2-е, М., «Высшая школа», 1961.
58. Нижарадзе С. Р., Применение теории кубической инволюции к построению номограмм, Багуми, Гос. изд-во Адж. ССР, 1962.
59. Тер-Степанян Г. И., Инженерные цепные номограммы с прямолинейными шкалами (теория, расчет, построение), Ереван, Изд-во АН Армянской ССР, 1965.
60. Хованский Г. С., Что такое номография, М., ВЦ АН СССР, 1969.
61. Блох Л. С., Практическая номография, М., Изд-во «Высшая школа», 1971.
62. Хованский Г. С., Основы номографии, М., Изд-во «Наука», 1976.
63. Hruška V., Počet grafický a graficko-mechanický, Praha, Přírodovědecké vydavatelství, 1952.
64. Johnson L. H., Nomography and empirical equation, New York, Wiley, 1952.
65. Belgrano J. C., Lopez Nieto A., Urcelay J. M., Tratado de nomografía, Madrid, Instituto Tecnico de la Construcción y del Cemento, 1953.
66. Haszpra O., Nomográfia, A Közlekedési Műszaki Egyetem jeguzete, Budapest, Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat, 1955.
67. Sors L., Számolóábrau egyszerű készítése, Budapest, 1955.
68. Bal L., Radó F., Lectii de nomografie, Academia R. P. R., Bucuresti, Editura tehnica, 1956.
69. Pirani M., Fischer J., Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik, dritte erweiterte Auflage, bearbeitet von Ing. Johannes Fischer, Sammlung Götschen, Band 728/728a, Berlin, 1957.
70. Jurga F., Nomografia a iné grafické metódy, Bratislava, Slovenské vydavateľstvo technickej literatúry, 1958.
71. Петров Р. Р., Матеева Л. И., Номографирование, София, Наука и искусство, 1960.
72. Burrows W. H., Graphical techniques for engineering computations, New York, Chemical publ. co, 1960.
73. Bock H., Leitertafeln. Einfacher Aufbau und praktische Anwendung von Fluchtenlinientafeln, München, Carl Hanser Verlag, 1961.
74. Davis D. S., Nomography and empirical equations, second edition, New York, Reinhold publishing co., 1962.
75. Rusconi F., Appunti di nomografia (Biblioteca del tecnico meccanica, vol. 12), Milano, «Rivista di meccanica», 1962.
76. Haszpra O., Pálmai L., Nomogramok, Budapest., Jankönyvkiadó, 1962.
77. Morita K., Nomographie. Theory and construction (на японском яз.), Tokio, Nikkan Kōgyō Shinbunsha, 1962.
78. Plesko V., Nomografie, Praha, SNTL, 1963.
79. Otto E., Nomography. International series of monographs on pure and applied mathematics, vol. 42. Warszawa (Pergamon Press, Oxford — London — New York — Paris), Polish scientific publishers, 1963.

80. Werth E., Grölli H., *Nomographie. Wegweiser zur vereinfachten Ausführung von Berechnungen*, Leipzig, Die B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1964.
81. Delfosse J. L., *Les abaques. Principes et constructions*, Paris, Entreprise moderne d'édition, 1965.
82. Levens A. S., *Graphical methods in research*, New York, Wiley, 1965.
83. Richards J. W., *Introduction to graphs and nomograms*, London, Heywoodbooks, 1966.
84. Stěpánský V., *Nomogramy*, Praha, SNTL, 1966.
85. Martin R., *Cours de nomographie*, Paris, Editions Eykolles, 1968.
86. Fasol J. H., *Nomography*, New York, Frederick Uncar Publishing co., 1968.
87. Ogura K., *Keisanzuhyō (charts)*, (Jwanami Sammlung, 1-st printing 1940, 17-th printing 1969). Tokyo, Jwanami Shoten, 1969.
88. Konorski B., Kryszicki W., *Nomografia i graficzne metody obliczeniowe zastosowania w technice*, Warszawa, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1973.
89. Соколов Е. Д., Чергежите смятат вмьесто нас, София, Държавно издателство, 1974.
90. Номографический сборник, М., Изд-во МГУ, 1951.
91. Вычислительная математика, сб. 4, М., Изд-во АН СССР, 1959.
92. Номографические сборники: № 1, 1962; № 2, 1964; № 3, 1965; № 4, 1967; № 5, 1968; № 6, 1969; № 7, 1970; № 8, 1971; № 9, 1973; № 10, 1975; № 11, 1976, М., ВЦ АН СССР.
93. Pleskot V., *Nomografické metody. Sbornik teoretických statí a praktických aplikací*, Praha, CSAV, 1962.
94. Galajda P., *Nomografický zborník (zborník prednášok III. celoštátnej konferencie o nomografii)*, Košice, 1970.
95. Хованский Г. С., *Гидравлический расчет круглых труб по транспарантным номограммам*, М., Изд-во Мин. комм. хоз. РСФСР, 1952.
96. Павлов Ф. Ф., Левит Д. Е., *Атлас номограмм для маркшейдерских вычислений*, М., Харьков, Углетехиздат, 1953.
97. Хованский Г. С., *Атлас номограмм для гидравлического расчета трапецидальных каналов по полной формуле академика Н. Н. Павловского*, М., Изд-во АН СССР, 1954.
98. Родионов В. М., *Сборник номограмм по радиотехнике*, М., «Советское радио», изд. 2-е, 1955.
99. Хованский Г. С., *Номограммы для определения критической глубины в трапецидальных каналах*, М., Изд-во АН СССР, 1955.
100. Чигорин Н. И., *Атлас номограмм для обработки океанографических данных*, М., Изд-во АН СССР, 1956.
101. Хованский Г. С., *Номограмма для гидравлического расчета каналов трапецидального, круглого и параболического профиля*, М., ВЦ АН СССР, 1959.
102. Лаптева Д. Г., *Номограммы для гидравлического расчета лотков и канав*, М., ВЦ АН СССР, 1960.
103. Борисов С. Н., Лаптева Д. Г., Хованский Г. С., *Сборник номограмм для расчета кривых свободной поверхности в каналах трапецидального профиля*, М., ВЦ АН СССР, 1961.
104. Хованский Г. С., *Номограммы для гидравлического расчета дрен*, М., ВЦ АН СССР, 1962.
105. Хованский Г. С., *Номограммы для линейной интерполяции*, М., ВЦ АН СССР, 1962.
106. Борисов С. Н., Даточный В. В., *Таблицы и номограммы для гидравлического расчета газопроводов*, М., ВЦ АН СССР, 1963.
107. Ульмасов Н., *Номограммы для гидравлического расчета канализационных сетей*, М., ВЦ АН СССР, 1964.

108. Фомин А. А., Детали машин, Атлас номограмм, М., Изд-во «Машиностроение», 1965.
109. Гашинский А. Г., Номографированный расчет зубчатых передач горных машин на прочность, М., Изд-во «Недра», 1966.
110. Хованский Г. С., Номограммы для квадратичной интерполяции, М., ВЦ АН СССР, 1967.
111. Лаптева Д. Г., Номограммы для расчета плоского потока при установившемся неравномерном движении грунтовых вод, М., ВЦ АН СССР, 1967.
112. Ливенштейн Д. И., Номограммы для анализа работы железных дорог, М., Изд-во «Транспорт», 1968.
113. Чернышев А. К., Поплавский К. Л., Заичко Н. Д., Сборник номограмм для химико-технологических расчетов, Л., Изд-во «Химия», 1969.
114. Зайчик Ц. Р., Номограммы к расчету оборудования первичного виноделия, М., Изд-во «Пищевая промышленность», 1971.
115. Атрошенко В. И., Перлов Е. И., Номограммы в технологии азотной кислоты, Л., Изд-во «Химия», 1972.
116. Брускин В. Я., Номограммы для радиолюбителей, М., Изд-во «Энергия», 1972.
117. Рубинштейн Р. Н., Карпель Н. Г., Номографические расчеты в спектральном анализе, М., Изд-во «Металлургия», 1973.
118. Оптимальные параметры элементов оросительных систем при поливе дождеванием. Обзорная информация № 2, М., 1976, ЦБНТИ Минводхоза СССР.
119. K ulman C. A., Nomographic charts, New York, Mc. Graw — Hill Book Co., Inc., 1951.
120. K h a r a b a n d a O. P., Nomograms for chemical engineers, New York, Academie Press, Inc., 1958.
121. Witek K., Spojnicové nomogramy pro grafické řešení hydraulických rovnic a rovnic pro obsah kyslíku ve vodě, Praha, SNTL, 1958.
122. L a n g e H., Funktechnische Nomogramme, Leipzig, Fachbuchverlag, 1959.
123. D a v i s D. S., Chemical Processing Nomographs, New York, Chemical Publishing Co., Inc., 1960.
124. S c h w a r z E., Nomogramme und andere Rechenhilfsmittel für den Ingenieur, Berlin, VEB Verlag Technik, 1960.
125. V e l e a S., Calcul Nomografic in practica medicală și farmaceutică, București, Editura Medicală, 1966.
126. S t a m m b e r g e r A., Nomogramme und andere Rechenhilfsmittel für den Ingenieur, 2. Lieferung, Berlin, Verlag Technik, 1966.
127. K u o n g I. F., Applied nomography, vol. 1—1965; vol. 2—1968; vol. 3—1969. Houston (Texas), Gulf Publishing Co.
128. Рецензии в ж-ле «Новые книги за рубежом» на книги: [64] (1953, № 9); [73] (1962, А, № 9, 24—27); [124] (1962, А, № 12, 15—17); [93] (1963, А, № 10, 30—33); [74] (1964, А, № 1, 20—22); [78] (1964, А, № 4, 21—24); [80] (1965, А, № 5, 21—24); [82] (1966, Б, № 9, 10—12); [79] (1966, А, № 10, 19—21); [83] (1967, Б, № 11, 13—15); [88] (1975, Б, № 12, 11—12).
129. Сборник библиографических работ в помощь библиотекам. Техника, 1966 (Номография, графические методы вычислений и их применение в различных отраслях науки и техники), Л., Гос. ордена Трудового Красного Знамени публичная библиотека им. М. Е. Салтыкова-Щедрина, Справочно-библиографический отдел, 1967.
130. Алгебра, логика и вычислительная математика. Межвузовский сб. (докл. участн. II Межвузовского семинара по номографии), Иваново, ИвГУ, 1976.

СВОДКА КАНОНИЧЕСКИХ ФОРМ

1. Сдвоенная шкала:

$$v = f(u) \quad (\S 9, \text{рис. 17}).$$

2. Сетчатая номограмма:

$$w = F(u, v) \quad (\S 10, \text{рис. 18}),$$

$$w = f(u, v), \quad (\S 10).$$

$$t = g(u, v)$$

3. Номограмма из выравненных точек:

а) элементарная для одного уравнения:

$$\frac{f_{34} - f_{12}}{g_{34} - g_{12}} = \frac{f_{56} - f_{12}}{g_{56} - g_{12}} \quad (\S 11, \text{рис. 19}),$$

$$f_5 = \frac{f_{12} + f_{34}}{g_{12} + g_{34}} \quad (\S 11),$$

$$f_1 f_2 f_{34} + (f_1 + f_2) g_{34} + h_{34} = 0 \quad (\S 11),$$

$$f_1 f_{34} + f_2 g_{34} + h_{34} = 0 \quad (\S\S 5, 11 \text{ и } 21; \text{рис. 31}),$$

$$\frac{f_2 - f_1}{g_2 - g_1} = \frac{f_3 - f_1}{g_3 - g_1} \quad (\S 11),$$

$$f_3 = \frac{f_1 + f_2}{g_1 + g_2} \quad (\S 11),$$

$$f_1 f_2 f_3 + (f_1 + f_2) g_3 + h_3 = 0 \quad (\S 11),$$

$$f_1 f_3 + f_2 g_3 + h_3 = 0 \quad (\S\S 5, 11 \text{ и } 21; \text{рис. 32}),$$

$$f_1 + f_2 = f_3 \quad (\S\S 5, 11 \text{ и } 23; \text{рис. 33}),$$

$$f_1 = f_2 f_3 \quad (\S\S 5, 11 \text{ и } 24; \text{рис. 35}),$$

$$f_1 + f_2 + f_3 = f_1 f_2 f_3 \quad (\S 11);$$

б) элементарная для системы уравнений:

$$\frac{f_{34} - f_{12}}{g_{34} - g_{12}} = \frac{f_{56} - f_{12}}{g_{56} - g_{12}} = \frac{f_{78} - f_{12}}{g_{78} - g_{12}} = \dots = \frac{f_{l, k} - f_{12}}{g_{l, k} - g_{12}} \quad (\S 11),$$

$$w = a_1 u^{\alpha_1} v^{\beta_1},$$

$$t = a_2 u^{\alpha_2} v^{\beta_2}, \quad (\S 11),$$

$$\dots$$

$$z = a_n u^{\alpha_n} v^{\beta_n}$$

$$f_3 = A f_1 + B f_2,$$

$$f_4 = C f_1 + D f_2,$$

$$f_5 = E f_1 + F f_2$$

(§ 35);

в) составная:

$$f_1 f_{23} + g_{23} = f_4 f_{56} + g_{56} \quad (\S 25)$$

$$f_1 f_{23} + g_{23} = f_4 + f_5 \quad (\S 25)',$$

$$f_1 f_2 + g_2 = f_3 f_4 + g_4 \quad (\S 25),$$

$$f_1 f_2 + g_2 = f_3 + f_4 \quad (\S 25),$$

$$f_1 + f_2 = f_3 + f_4 \quad (\S 25),$$

$$f_1 + f_2 = f_3 f_4 \quad (\S 25, \text{рис. 37}),$$

$$v = v_0 u_1^{b_1} u_2^{b_2} \dots u_n^{b_n} \quad (\S 26).$$

4. Циркулярная номограмма:

а) общая:

$$(f_{34} - f_{12})^2 + (g_{34} - g_{12})^2 = (f_{78} - f_{56})^2 + (g_{78} - g_{56})^2 \quad (\S 12, \text{рис. 20});$$

б) приспособляемая:

$$f_{12} + F(g_{12}, \alpha_3) = f_{45} + \Phi(g_{45}, \alpha_5) \quad (\S 12),$$

$$f_{12} + f_{13} = f_{45} + f_{46} \quad (\S\S 5, 12 \text{ и } 28; \text{рис. 42}),$$

$$f_{12} + f_{13} = f_4 + f_5 + f_6 \quad (\S 12),$$

$$f_1 + f_2 + f_3 = f_4 + f_5 + f_6 \quad (\S\S 15, 12 \text{ и } 28),$$

$$f_1 + f_2 = f_3 + f_4 \quad (\S 12).$$

5. Номограмма из равноудаленных точек:

а) общая:

$$(f_{34} - f_{12})^2 + (g_{34} - g_{12})^2 = (f_{56} - f_{12})^2 + (g_{56} - g_{12})^2 \quad (\S 13, \text{рис. 21});$$

б) приспособляемая для одного уравнения:

$$f_{12} = f_{34} + F(\alpha_5, g_{34}) \quad (\S 13),$$

$$f_{12} = f_{34} + f_{35} \quad (\S\S 5, 13 \text{ и } 27; \text{рис. 40}),$$

$$f_1 + f_2 = f_3 + f_4 + f_5 \quad (\S\S 5 \text{ и } 13),$$

$$f_{14} = f_{24} + f_{34} \quad (\S 13),$$

$$f_1 = f_2 + f_3 \quad (\S 13);$$

в) приспособляемая для системы уравнений:

$$f_{12} = f_3 + f_{45}, \quad (\S 13);$$

$$g_{12} = g_{36} + g_4$$

г) приспособляемая составная для системы уравнений:

$$- f_{12} = f_{34} + f_{35} = f_{67} + f_{68} \quad (\S 13).$$

6. Номограммы с параллельным и крестообразным индексами:

$$\frac{f_{34} - f_{12}}{g_{34} - g_{12}} = \frac{f_{78} - f_{56}}{g_{78} - g_{56}} \quad (\S\S 15 \text{ и } 16; \text{рис. 22 и 23}),$$

$$f_{56} = \frac{f_{12} - f_{34}}{g_{12} - g_{34}} \quad (\S 15),$$

$$f_1 f_{34} + g_{34} = f_2 f_{56} + g_{56} \quad (\S 15),$$

$$f_{12} + f_{13} = f_{45} + f_{46} \quad (\S 15),$$

$$f_1 - f_2 = f_3 - f_4 \quad (\S 15),$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{f_3}{f_4} \quad (\S 15).$$

7. Бариецентрическая номограмма:

$$\begin{aligned}
f_{12} + f_{34} &= f_{56}, & (§§ 5, 16 \text{ и } 29), \\
g_{12} + g_{34} &= g_{56} \\
f_3 + f_4 &= f_{12}, & (§ 16), \\
g_{36} + g_4 &= g_{12} \\
f_5 &= F(f_{12} + f_{34}, g_{12} + g_{34}) & (§§ 5, 16 \text{ и } 29), \\
f_{12}f_{34}f_5 + g_{12}g_{34}g_5 + h_{12}h_{34}h_5 &= 0 & (§ 16), \\
f_1f_{34}f_5 + f_2g_{34}g_5 + h_{34}h_5 &= 0 & (§ 16), \\
f_1f_2f_{34}f_5 + (f_1 + f_2)g_{34}g_5 + h_{34}h_5 &= 0 & (§ 16), \\
f_1f_2f_3f_4f_5 + g_1g_2g_3g_4g_5 + h_1h_2h_3h_4h_5 &= 0 & (§ 16), \\
f_{12} + f_{34} + f_5 &= g_{12}g_{34}g_5 & (§ 16), \\
f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 &= g_1g_2g_3g_4g_5 & (§ 16), \\
f_5 &= \frac{f_{12} + f_{34}}{g_{12} + g_{34}} & (§ 16), \\
f_5 &= f_{12} + f_{34} & (§ 16), \\
f_{12}f_3f_4 + g_{12}g_3g_4 + h_{12}h_3h_4 &= 0 & (§ 16), \\
f_1f_3f_4 + f_2g_3g_4 + h_3h_4 &= 0 & (§ 16), \\
f_1f_2f_3f_4 + (f_1 + f_2)g_3g_4 + h_3h_4 &= 0 & (§ 16), \\
f_1f_2f_3f_4 + g_1g_2g_3g_4 + h_1h_2h_3h_4 &= 0 & (§ 16).
\end{aligned}$$

8. Ромбoidalная номограмма:

$$\begin{aligned}
f_{12} - f_{56} &= f_{34} - f_{78}, & (§§ 5, 17 \text{ и } 30; \text{рис. 25}), \\
g_{12} - g_{56} &= g_{34} - g_{78} \\
f_7 &= F(f_{12} + f_{34} + f_{56}, g_{12} + g_{34} + g_{56}) & (§§ 5, 17 \text{ и } 30), \\
f_{12}f_{34}f_{56}f_7 + g_{12}g_{34}g_{56}g_7 + h_{12}h_{34}h_{56}h_7 &= 0 & (§ 17), \\
f_1f_{34}f_{56}f_7 + f_2g_{34}g_{56}g_7 + h_{34}h_{56}h_7 &= 0 & (§ 17), \\
f_1f_2f_{34}f_{56}f_7 + (f_1 + f_2)g_{34}g_{56}g_7 + h_{34}h_{56}h_7 &= 0 & (§ 17), \\
f_1f_2f_3f_4f_5f_6f_7 + g_1g_2g_3g_4g_5g_6g_7 + h_1h_2h_3h_4h_5h_6h_7 &= 0 & (§ 17), \\
f_{12} + f_{34} + f_{56} + f_7 &= g_{12}g_{34}g_{56}g_7 & (§ 17), \\
f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 &= g_1g_2g_3g_4g_5g_6g_7 & (§ 17), \\
f_7 &= \frac{f_{12} + f_{34} + f_{56}}{g_{12} + g_{34} + g_{56}} & (§ 17), \\
f_7 &= f_{12} + f_{34} + f_{56} & (§ 17), \\
f_7 &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 & (§§ 17 \text{ и } 30),
\end{aligned}$$

канонические формы из пункта 7.

9. Номограмма с одним поступательным или одним вращательным перемещением транспаранта:

$$\begin{aligned}
f_{12} - f_{56} &= f_{34} - f_{78}, & (§§ 18 \text{ и } 19, \text{рис. 27}), \\
g_{12} - g_{56} &= g_{34} - g_{78} = 0 \\
f_{12} + F(g_{12}, \alpha_5) &= f_{34} + \Phi(g_{34}, \alpha_6) & (§§ 18 \text{ и } 19).
\end{aligned}$$

10. Номограмма с ориентированным непрозрачным транспарантом:

$$\begin{aligned} f_{12} - f_7 &= f_{34} - f_8 = f_{56} - f_9, \\ g_{12} - g_7 &= g_{34} - g_8 = g_{56} - g_9 \end{aligned} \quad (§§ 5 \text{ и } 18),$$

$$\begin{aligned} f_{12} - f_5 &= f_{34} - f_6, \\ g_{12} - g_5 &= g_{34} - g_6 \end{aligned} \quad (§ 18),$$

$$f_{12} - f_5 = f_{13} - f_6 = f_{14} - f_7, \quad (§ 18),$$

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 = 0 \quad (§ 18),$$

11. Номограмма с ориентированным прозрачным транспарантом:

$$\begin{aligned} f_{12} - f_{78} &= f_{34} - f_{9, 10} = f_{56} - f_{11, 12}, \\ g_{12} - g_{78} &= g_{34} - g_{9, 10} = g_{56} - g_{11, 12} \end{aligned} \quad (§ 18, \text{ рис. } 26),$$

$$\begin{aligned} f_{12} - f_{1+2n, 2+2n} &= f_{2k-1, 2k} - f_{2k-1+2n, 2k+2n}, \\ g_{12} - g_{1+2n, 2+2n} &= g_{2k-1, 2k} - g_{2k-1+2n, 2k+2n}, \end{aligned} \quad (§ 18),$$

$$k = 2, 3, \dots, n$$

$$g_{12} + F(\alpha_7, f_{12} + f_{56} + f_9) = g_{34} + \Phi(\alpha_9, f_{34} + f_{56} + f_9) \quad (§ 18),$$

$$f_7 = F(f_{12} + f_{56} + f_9, g_{12} + g_{34} + g_8) \quad (§ 18),$$

$$f_{12}f_3f_{78}f_9 + f_{45}f_6g_{78}g_9 + h_{78}h_9 = 0 \quad (§ 18),$$

$$f_{12} + f_{34} + f_{56} = f_7 + f_8 + f_9 \quad (§ 18),$$

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 = f_7 + f_8 + f_9 \quad (§ 18),$$

$$\begin{aligned} f_{12} - f_{56} &= f_{34} - f_{78}, \\ g_{12} - g_{56} &= g_{34} - g_{78} \end{aligned} \quad (§§ 5, 18 \text{ и } 30),$$

$$f_7 = F(f_{12} + f_{34} + f_{56}, g_{12} + g_{34} + g_{56}) \quad (§§ 5, 18 \text{ и } 30),$$

$$f_7 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 \quad (§§ 18 \text{ и } 30),$$

канонические формы из пунктов 7 и 8.

12. Номограмма с транспарантом общего вида:

$$\begin{aligned} (f_{34} - f_{12})^2 + (g_{34} - g_{12})^2 &= (f_{11, 12} - f_{9, 10})^2 + (g_{11, 12} - g_{9, 10})^2, \\ (f_{56} - f_{12})^2 + (g_{56} - g_{12})^2 &= (f_{13, 14} - f_{9, 10})^2 + (g_{13, 14} - g_{9, 10})^2, \\ (f_{78} - f_{12})^2 + (g_{78} - g_{12})^2 &= (f_{15, 16} - f_{9, 10})^2 + (g_{15, 16} - g_{9, 10})^2, \\ (f_{56} - f_{34})^2 + (g_{56} - g_{34})^2 &= (f_{13, 14} - f_{11, 12})^2 + (g_{13, 14} - g_{11, 12})^2, \\ (f_{78} - f_{34})^2 + (g_{78} - g_{34})^2 &= (f_{15, 16} - f_{11, 12})^2 + (g_{15, 16} - g_{11, 12})^2 \end{aligned} \quad (§ 19),$$

$$\begin{vmatrix} u_1 v_1 & u_1 & v_1 & 1 \\ u_2 v_2 & u_2 & v_2 & 1 \\ u_3 v_3 & u_3 & v_3 & 1 \\ u & v & u & v \end{vmatrix} = 0 \quad (§ 19).$$

СПИСОК НОМОГРАФИРОВАННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

1. Сетчатая номограмма:

$$\Delta f_{12} = F(\psi_1, \psi_3), \quad \Delta f_{32} = \Phi(\psi_1, \psi_3) \quad (\S 34, \text{рис. } 56).$$

2. Номограмма из выравненных точек с тремя бинарными полями:

$$\text{табл. } 5 \quad (\S 33, \text{рис. } 52).$$

3. Номограмма из выравненных точек с двумя параллельными шкалами и полем:

$$u^{A-1} = B \frac{\ln(C-u)}{C-u-1} \quad (\S 3, \text{рис. } 5),$$

$$\delta C = 100 [1 - R^{y_0-2,5} \sqrt{n} + 0,13 + 0,75 \sqrt{R} (\sqrt{n} - 0,1)] \quad (\S 8, \text{рис. } 15),$$

$$\text{табл. } 2 \quad (\S 33, \text{рис. } 50),$$

$$K = 50 (bh + mh^2) \left(\frac{bh + mh^2}{b + 2\sqrt{1+m^2}h} \right)^{0,223-0,031} \sqrt{\frac{bh+mh^2}{b+2\sqrt{1+m^2}h}} \quad (\S 33, \text{рис. } 53).$$

4. Номограмма из выравненных точек с двумя параллельными и одной криволинейной шкалами:

$$Au + B(e^u - 1) - ue^u = 0 \quad (\S 3, \text{рис. } 4),$$

$$\delta Q = 100 \left[1 - \frac{(\beta + m)^{1/3} (8\sqrt{1+m^2} - 4m)^{1/3}}{(\beta + 2\sqrt{1+m^2})^{2/3}} \right] \quad (\S 8, \text{рис. } 14).$$

5. Номограмма из выравненных точек с тремя параллельными шкалами:

$$Q^2 = 4,46d^5 \frac{[0,25 \arccos(1 - 2\eta_{кр}) - (0,5 - \eta_{кр}) \sqrt{\eta_{кр}(1 - \eta_{кр})}]^3}{\sqrt{\eta_{кр}(1 - \eta_{кр})}} \quad (\S 23, \text{рис. } 34),$$

6. Номограмма из выравненных точек с двумя параллельными и одной прямолинейной наклонной шкалами:

$$v = \sqrt{3,6} z^{A-0,5} \quad (\S 24, \text{рис. } 36).$$

7. Номограмма из выравненных точек для системы уравнений:

$$w = u^{0,5} v^{0,7}, \quad z = u^{1,4} v^{2,5}, \quad t = u^3 v^2 \quad (\S 35, \text{рис. } 57),$$

$$\text{табл. } 3 \quad (\S 33, \text{рис. } 51).$$

8. Номограмма из выравненных точек составная:

$$\delta = 100 \frac{\lg x - Ax^B}{\lg x} \quad (\S 8, \text{рис. } 10),$$

$$Q = \frac{\pi d^2 v}{4}, \quad i = \frac{32 \nu v}{d^2 \cdot 9,81}, \quad \frac{vd}{\nu} = 2400 \quad (\S 8, \text{рис. } 16),$$

$$A = \frac{5N^*}{E}, \quad \Delta H = A - B \quad (\S 25, \text{рис. } 38),$$

$$v = 2,5u_1^{0,6}u_2^{0,3}u_3^{-0,9} \quad (\S 26, \text{рис. } 39),$$

$$p_{\text{ГР}}(t_{\text{ГР}}) = p_{\text{П}}, \quad t_{\text{ГР}} = t' + z + z^{8/7} 10^{3,2D' - 2,2} \quad (\S 36, \text{рис. } 60),$$

$$\text{таблица из работы [27]} \quad (\S 33, \text{рис. } 54).$$

9. Приспосабливаемая циркулярная номограмма:

$$\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 \quad (\S 28, \text{рис. } 43),$$

10. Приспосабливаемая номограмма из равноудаленных точек одного уравнения:

$$\alpha_5 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \quad (\S 27, \text{рис. } 41),$$

$$B = 2 \sqrt{\frac{2KHT}{q} \left(1 + \frac{H}{2T}\right) \frac{1}{1 + 5,98 \frac{T}{B} \lg \frac{1}{\sin \frac{\pi}{4T}}}} \quad (\S 32, \text{рис. } 48).$$

11. Приспосабливаемая номограмма из равноудаленных точек для системы уравнений:

$$Q = 76t^{0,5}b^{2,616}\eta^{1,616}(1 + 2\eta)^{-0,616}, \quad (\S 3, \text{рис. } 6),$$

$$v = 76t^{0,5}b^{0,616}\eta^{0,616}(1 + 2\eta)^{-0,616}$$

$$M = bxR_{\text{H}}(h_0 - 0,5x), \quad RaFa = bxR_{\text{H}}, \quad x \leq 0,55h_0 \quad (\S 3, \text{рис. } 7).$$

12. Барицентрическая номограмма:

$$B = Tv \operatorname{tg} \alpha, \quad T^2 + T = \frac{40}{3} \cdot \frac{\Pi}{Ev \operatorname{tg} \alpha} \quad (\S 3, \text{рис. } 8),$$

$$\alpha_5 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \quad (\S 29, \text{рис. } 44),$$

$$L_{\text{нд}} = 0,73 \frac{K_{\text{H}}m_{\text{H}} + K_{\text{B}}m_{\text{B}}}{K_{\text{B}}} \lg \frac{8m_{\text{B}}}{\pi d} - 0,73 (m_{\text{B}} + m_{\text{H}}) \lg \frac{4m_{\text{B}}}{m_{\text{B}} + m_{\text{H}}} -$$

$$- 1,5 (m_{\text{H}} - m_{\text{B}}) \left(\frac{K_{\text{H}} - K_{\text{B}}}{K_{\text{H}} + K_{\text{B}}} \right)^2 \lg \frac{K_{\text{H}}m_{\text{H}} + K_{\text{B}}m_{\text{B}}}{K_{\text{H}}m_{\text{H}}} \quad (\S 32, \text{рис. } 49).$$

13. Ромбоидальная номограмма:

$$10^{0,2D' - 2,2} = F(p, \varepsilon) \left(\frac{d}{0,019} \right)^{0,805} B^{-8/7} C^{-1} w^{0,183}, \quad (\S 36, \text{рис. } 58),$$

$$10^{0,4E' - 5,8} = \Phi(p, \varepsilon) d^{0,75} B^{-1,5} w^{-0,75}$$

$$u = 0,715A^{-2/3}B^{1/2}C^{-1/6}D^{2/3}E^{-1/3} \quad (\S 3, \text{рис. } 7),$$

$$\alpha_7 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 \quad (\S 30, \text{рис. } 45).$$

14. Номограмма с ориентированным непрозрачным транспарантом:

$$v = \frac{1}{n} R^{2,5} \sqrt{n-0,13-0,75 \sqrt{R} (\sqrt{n}-0,1)} \sqrt{Ri},$$

$$Q = d^2 [0,25 \arccos(1-2\eta) - (0,5-\eta) \sqrt{\eta-\eta^2}] v, \quad (\S 31, \text{рис. 47}),$$

$$R = d \frac{0,25 \arccos(1-2\eta) - (0,5-\eta) \sqrt{\eta-\eta^2}}{\arccos(1-2\eta)}$$

$$t_{\text{гp}} = t' + z + z^{8/7} 10^{0,2D'-2,2},$$

$$p_{\text{гp}}(t_{\text{гp}}) = p_{\Pi} - z^{1,5} 10^{0,4E'-5,8} \quad (\S 36, \text{рис. 59}),$$

$$v = A(e^{Bt} - 1) \quad (\S 8, \text{рис. 13}),$$

$$F_{\tau} = \frac{\tau + \frac{2L^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} (1 - e^{-(n\pi/L)^2 \tau}) \cos \frac{n\pi}{L} (L-l)}{\tau + \frac{2L^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} (1 - e^{-(n\pi/L)^2 \tau}) \cos \frac{n\pi}{L} l} \quad (\S 33, \text{рис. 55}),$$

$$\alpha_6 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 \quad (\S 13, \text{рис. 28}).$$

15. Номограмма с ориентированным прозрачным транспарантом:

$$\alpha_7 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 \quad (\S 30, \text{рис. 46}),$$

$$\omega = u + v + \frac{a}{u} + \frac{b}{v} + \frac{c}{uv} \quad (\S 8, \text{рис. 12}).$$

16. Номограмма с транспарантом общего вида:

$$\begin{vmatrix} u_1 v_1 & u_1 & v_1 & 1 \\ u_2 v_2 & u_2 & v_2 & 1 \\ u_3 v_3 & u_3 & v_3 & 1 \\ uv & u & v & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (\S 19, \text{рис. 30}).$$

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абак Декарта 29

Барицентрическая номограмма 14, 15,
17, 35—38, 86

— —, методика построения 72—75

— —, преобразование в номограмму
из равноудаленных точек 37

— —, применение циркуля и линейки
37

График функции 15

Зависимости, изображаемые номо-
граммами 16, 17, 120—123

Контакт двойной 41

— простой 42

Линейная интерполяция на глаз 91

Машинное конструирование номо-
грамм 104

Метод основных номограмм 61—64

— расчета по номограмме 8

Методика построения номограмм
различных типов 48—50

Направляющие прямые 21, 41, 76, 79

Неподвижная плоскость 40

Непомеченные элементы 8

— —, линии 43

— —, фиксированные точки 43, 62, 98

Номограмма 7

—, геометрическое обоснование 15, 16

— из выравненных точек 9, 10, 15, 16,
20, 30, 31, 42—47, 88—96, 104—106

— — —, методика построения
50—64

— — — — приближенная чебышев-
ская 94

— — — — с двумя прямолинейными
шкалами и бинарным полем 10, 15,
16, 31, 50—52, 90, 95

— — — — — криволи-
нейной шкалой 9, 24, 52, 53

Номограмма из выравненных точек
составная 59—64

— — равноудаленных точек 15, 16,
33

— — — — приспособляемая 11—13,
17, 33, 85, 86

— — — —, методика построения
64—67

— — сдвоенных шкал 28

— на двух плоскостях 16

— общая транспарантная 15, 16, 44—
47

— разрезная 49

— с крестообразным индексом 15, 16,
35

— — одним движением транспаран-
та вращательным 46

— — — — поступательным вдоль
оси абсцисс 43, 46

— — ориентированным транспаран-
том 15—17, 22, 23, 40—44, 81—83,
97, 98, 107—109

— — — — в виде линейки 22, 23, 44,
97, 98

— — — —, методика построения
75—79

— — — — непрозрачным 17, 43

— — параллельным индексом 15, 16,
34, 69

— составная 16, 59—64

— элементарная 5, 15—17

Номографирование табличных ячеек
88—94

Номография 7

— машинная 5, 102—106, 113

Параметры преобразования 48, 51,
64—66, 69, 73

Повторение переменных 49

Поле бинарное 7

— засечек 33

— крайнее 36

— центральное 36

— центров 33

Построение с помощью АЦПУ эскизов номограмм 102
— — — ЭЦВМ и графопостроителя рабочих номограмм 50, 59, 61, 101—106

Приближенное номографирование 16, 88—93

Применение номограмм для исследования влияния параметров 18, 24—27, 81, 83, 107—111

— — — погрешностей при замене одной функции другой 19—21, 25

— — — экстремальных свойств зависимостей 19, 21, 22, 24, 83

— — — подбора параметров эмпирических формул 19, 22, 23, 64

— — — получения новых научных результатов 18

— ЭЦВМ для расчета номограмм 84—98

Произвольные функции 49, 65, 66, 69, 70

Разрешающая окружность 38

— прямая 19, 62

Решение трансцендентных уравнений с помощью номограмм и ЭЦВМ 98—102

Ромбоидальная номограмма 12, 15—17, 38—40, 107, 108

— —, методика построения 75—79

Семейство помеченных линий 7

Сетчатая номограмма 15, 28—30, 48, 101, 102

Точность получения ответов по номограммам 7, 49

Транспарант 40

Трудности построения номограмм 48, 49

Уравнения элементов номограммы 48, 50, 51, 52

Функциональная бумага 62

Циркулярная номограмма 15, 16, 31

— — приспособляемая 17, 32

— — —, методика построения 68—72

Шкала 7

—, автоматический расчет на ЭЦВМ 102

—, модуль 52, 53, 57

—, немая 59, 62

—, носитель 19, 49, 64

— проективная 89

— равномерная 59

— двоянная 28, 111